სსიპ იაკობ გოგებაშვილის სახელობის თელავის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

ხელნაწერის უფლებით

მარიამ ოხანაშვილი

მათემატიკის სწავლების ოპტიმალური ალგორითმების რეალიზების კომპიუტერული ტექნიკის კონცეპტუალური მოდელების ფორმირება

დ ი ს ე რ ტ ა ც ი ა

წარმოდგენილია ინფორმატიკის დოქტორის აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად

სპეციალობაში: კომპიუტერული მეცნიერებები

სამეცნიერო ხელმძღვანელი:

სვიმონ ოხანაშვილი
პედაგოგიკის მეცნიერებათა კანდიდატი, ასოცირებული პროფესორი

თელავი
2018

სარჩევი

შესავალი ……………………………………………………………………………….... 4

თავი. I. მათემატიკის სწავლების თეორიული და პრაქტიკული ღირებულება……. 11

§1.1 მათემატიკის სწავლების ზოგადი მიმოხილვა და სტრატეგიული მნიშვნელობა……………………………………………………………………............ 11

§1.2 მათემატიკის ამოცანების ამოხსნის სწავლების თეორიულ-პრაქტიკული ასპექტები…………………………………………………………………….................. 14

§1.3 მათემატიკის ამოცანების ამოხსნის ანალიზი და მათი პრაქტიკული დანიშნულება……………………………………………………………….................... 17

I თავის დასკვნები …………………………………………………….................... 25

თავი II. მათემატიკის სწავლების პრობლემები და დიდაქტიკური საფუძვლები.........................……………………………………...................………… 26

§2.1 მათემატიკის ამოცანის ამოხსნის ანალიზი და მათი პრაქტიკული დანიშნულება

§2.2 პრობლემურ-მოდულური დიდაქტიკის საფუძველზე მათემატიკური ცოდნის შეთვისებების კომპიუტერული დიაგნოსტიკა…………………………………………….. 31

II თავის დასკვნები 41

თავი III. მათემატიკის ამოცანების ამოხსნის ოპტიმალური ალგორითმები და მოდელები...……………………………………………………… 42

§3.1 მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის ალგორითმები და მათი ჩაწერის მეთოდები..42

§3.2 მათემატიკის ამოცანების ამოხსნის სწავლების პრობლემების გადაჭრა ალგორითმის საშუალებით……………………………………………………………….... 66

§3.3 მათემატიკის სწავლების კომპიუტერული მოდელი…………………………… 74

III თავის დასკვნები..113

ძირითადი დასკვნები და რეკომენდაციები………….……………….…….………….. 114

გამოყენებული ლიტერატურა…………………………………………………………….. 116

შესავალი

საქართველოს ზოგადსაგანმანათლებლო საჯარო სკლების მეცხრე კლასებში 1985 წელს შემოღებული იქნა, ახალი საგანი ,,ინფორმატიკის და გამოთვლითი ტექნიკის საფუძვლები“, სადაც ძირითადად ისწავლებოდა: ზოგადი ცნებები კომპიუტერის შესახებ, ინფორმაცია და კომპიუტერი, ალგორითმები და ამოცანის ამოხსნის ალგორითმები. ამ საგნის შემოღება ძირითადად გამოწვეული იყო ადამინის წინაშე მდგარი ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი პრობლემით, ესაა ინფორმაციის მიღება, დამუშავება და შენახვა. რაც თავის მხრივ გულისხმობდა ინფორმაციის ავტომატიზირებულ შენახვასა და დამუშავებას კომპიუტერის მეშვეობით. კომპიუტერი ისე როგორც ნებისმიერი სხვა მანქანა ადამიანის ნება სურვილს - ბრძანებებს ემორჩილება (დღემდე) [13]. კერძოდ იგი მუშაობს ადამიანის წინასწარ შედგენილი პროგრამა-გეგმის მიხედვით.

ალგორითმი, არის მოქმედებათა მიმდევრობა, რომელიც ჩაწერილია მანქანისათვის გასაგებ ენაზე და კომპიუტერი ასრულებს ინფორმაციის დამუშავების მიზნით. დღეისათვის არსებობს დაპროგრამირების მრავალი ენა, რომლებიც ძირითადად გამიზნული არის სხვადასხვა სირთულის ამოცანების ამოსახსნელად. ამოცანების ამოსახნელად საჭიროა შედგეს მათი ამოხსნის ალგორითმი და პროგრამა-კოდი რომელიმე დაპროგრამირების ენაზე. უნდა აღინიშნოს, რომ ალგორითმიზაცია ანუ ალგორითმის შედგენის პროცესი ერთ-ერთი მნიშვენოლავანია ინფორმატიკის და კომპიუტერული წიგნიერების განვითარებისათვის. ალგორითმის გარეშე შეუძლებელია ამოცანის ამოხსნა.

დღეს აღიარებული ვერსიის თანახმად სიტყვა ალგორითმის წარმოშობა უკავშირდება შუა აზიის ცნობილ მეცნიერ, ალხორიზმის (783-850 წ.წ.) სახელს. ალ-ხორიზმის არითმეტიკული ტრაქტატის ლათინური თარგმანი იწყებოდა სიტყვებით „და თქვა ალხორიზმმა“ ამგვარად თავიდან სიტყვა ალგორითმი გამოიყენებოდა ათობითი პოზიციური სისტემის და არითმეტიკული ოპერაციების ალგორითმის ანუ წესების აღწერისთვის, ხოლო შემდეგ კი ნებისმიერი აღწერისთვის. საინტერესოა ის ფაქტიც, რომ ალ-ხორიზმის სახელს უკავშირდება ალგებრის წარმოშობაც [13, 73].

1986 წელს მეათე კლასის მოსწავლეებისთვის შემოღებული იქნა იგივე დასახელების საგანი „ინფორმატიკისა და გამოთვლითი ტექნიკის საფუძვლები“

განსხვავებული თემატიკით, სადაც ყურადღება გამახვილებული იყო დაპროგარამირების ენის ელემენტებზე. აქ ისწავლებოდა დაპროგრამების საფუძვლები ბეისიკ ენისა და პასკალ ენის დახმარებით. ეს დამოკიდებული იყო იმაზე, თუ საგნის მასწავლებელმა რომელი ენა უკეთ იცოდა. საბოლოოდ შეიძლება ითქვას, რომ მეცხრე და მეათე კლასებში საგნების სწავლების ძირითადი მიზანი იყო: ინფორმაციის დამუშავება, კომპიუტერული ტექნიკის ძირითადი მოწყობილობების შესწავლა, ალგორითმები და პროგრამირების ენის შესწავლა [73].

ზემოთ აღნიშნული საგნები ისწავლებოდა ზოგადსაგანმანათლებლო სკოლებში 2004 წლამდე. შემდეგ იგი ამოღებული იქნა სკოლის სასწავლო კურსიდან იმ მიზნით, რომ აღნიშნული საგნების თემატიკა გადანაწილებული იქნებოდა მათემატიკის სხვადასხვა კლასის სასწვლო კურსში. თუმცა აღმოჩნდა, რომ აღნიშნული საგნებიდან მხოლოდ ალგორითმის მცირეოდენი ელემნტები გადატანილი იქნა მათემატიკის საბაზო და საშუალო კურსში, რაც ვერ პასუხობს საკითხების თანამედროვე მოთხოვნებს.

აღსანიშნავია, რომ სკოლებში „ინფორმატიკისა და გამოთვლითი ტექნიკის საფუძვლების" შემოღების შემდეგ 1986 წლიდან დაიწყო ინფორმატიკის ოლიმპიადები სკოლის მოსწავლეებისათვის, სადაც მონაწიეობდნენ (ქალაქის, რაიონის და სოფლის) სხვადსხვა სკოლის მოსწავლეები. ინფორმატიკის ოლიმპიადები სკოლებისათვის 2010 წლამდე ტარდებოდა, შემდეგ კი შეჩერდა იმის გამო, რომ სკოლებში აღარ ისწავლებოდ აღნიშნული საგნები და მოსწავლეები აღარ მონაწილეობდნენ ოლიმპიადებში, რომლის მთავარი მიზეზი ის იყო, რომ მოსწავლეებმა არ იცოდნენ ამოცანის ამოხსნის ალგორითმის და შემდეგ შესაბამისი კოდის - პროგრამის შედგენა[13, 73].

როგორც ცნობილია, მათემატიკა ის საგანია, რომელიც თავისი სპეციფიკიდან გამომდინარე, გულისხმობს სხვადასხვა ტექნიკური შესაძლებლობების ფართო და აქტიურ გამოყენებას. ამიტომ გასაკვირი არაა, რომ მათემატიკის სწავლების პროცესში თანამედროვე ტექნოლოგიებმა მრავალმხრივი გამოყენება ჰპოვა. ამ შემთხვევაში მთავარ როლს სწორედ თანამედროვე ტექნოლოგიები თამაშობენ.

გარდა ამისა, უნდა ითქვას, რომ კომპიუტერი საკმაო ზეგავლენას ახდენს მოსწავლეებზე. ისინი XXI -ე საუკუნის სინამდვილედ იქცა. მათემატიკის პედაგოგს

ეძლევა საშუალება, კომპიუტერტის დახმარებით მაღალ დონეზე შეასწავლოს მოსწავლეს საგანი - მათემატიკა. ამასთან ერთად, სკოლაში შემოსული სწავლების ახალი მეთოდები ეფუძვნება თანამედროვე ტექნოლოგიების გამოყენებას.

კომპიუტერულ პროგრამებთან მუდმივი მუშაობით და კავშირით ხდება დიდაქტიკური შესაძლებლობების რეალიზება: სასწავლო პროგრამებთან მუდმივი მუშაობის შესაძლებლობა. მოსწავლეების და მასწავლებლის უწყვეტი კონტაქტი სასწავლო პროცესის დროს.

შეიძლება ითქვას, რომ მუშაობის გამოცდილებამ დაგვანახა თანამედროვე ტექნოლოგიების მოხმარების ეფექტურობის მაღალი დონე მათემატიკის სწავლების პროცესში. ის საშუალებას იძლევა მოსწავლეებთან მუშაობის პროცესი იყოს ინდივიდუალური, რათა ყველა მოსწავლემ იმუშაოს იმ რეჟიმში, რომელიც მის შესაძლებლობებს და ცოდნის დონეს შეესაბამება. თანამედროვე ტექნოლოგიებს შეუძლიათ გაუღრმავონ და გაუფართოვონ ცოდნა მოსწავლეებს და ეფექტურად გამოიყენონ საჯარო სკოლებში მათემატიკის სწავლებისას.

დღეისათვის გაიზარდა მოთხოვნები კომპიუეტერული ტექნოლოგიების სპეციალისტებზე: პროგრამისტებზე, ქსელების ადმისტრატორებსა და ა.შ.

იმისათვის, რომ მომავალმა სპეციალისტებმა საფუძვლიანად შეისწავლონ თანამედროვე ტექნიკის მართვის და გამოყენების წესები, აუცილებელია ისინი სკოლის ასაკიდანვე სწავლობდნენ, როგორც კომპიუტერის გამოყენების წესებს ასევე მისი სამუშაო პროგრამების შედგენასა და ამოცანების ამოხსნის ალგორითმებს. დღეს უკვე აღნიშნულ თემაზე მიმდინარეობს საუბარი საქართველოს მეცნიერებისა და განათლების სამინისტროში სკოლებში ახალის საგნის - ალგორითმების და დაპროგრამირების ენების შემოღების შესახებ, რაც განაპირობებს ჩვენი თემის აქტუალობას [22, 58, 73].

თემის აქტუალობა: დღეისათვის კომპიუტერული ტექნოლოგიების განვითარება და შესაძლებლობა ყოველ წუთს იცვლება და ვითარდება. დიდია მოთხოვნები კომპიუტერული პროგრამების შესწავლის და გამოყენების. სკოლებსა და უმაღლეს სასწავლებლებში ფართოდ გამოიყენება ციფრული ტექნოლოგიები საგანმანათლებლო პროცესში. მიუხედავად ასეთი მაჩვენებლისა, საქართველოს სკოლებში ჯერ-ჯერობით არ არის დაგეგმილი კომპიუტერული ტექნოლოგიებით

მათემატიკის ამოცანების ამოხსნის ალგორითმების სწავლების კონცეფცია. რაც გვაძლევს საშუალებას, შევქმნათ მათემატიკური ამოცანების ალგორითმების დიდაქტიუკური მოდელი.

გაიზარდა მოთხოვნები კომპიუეტერული ტექნოლოგიების სპეციალისტებზე: პროგრამისტებზე, ქსელების ადმისტრატორებსა და ა.შ. იმისათვის, რომ მომავალმა სპეციალისტებმა საფუძვლიანად შეისწავლონ თანამედროვე ტექნიკის მართვის და გამოყენების წესები, აუცილებელია ისინი სკოლის ასაკიდანვე სწავლობდნენ როგორც კომპიუტერის გამოყენების წესებს, ასევე მისი სამუშაო პროგრამების შედგენისა და ამოცანების ამოხსნის ალგორითმებს. დღეს უკვე აღნიშნულ თემაზე მიმდინარეობს საუბარი საქართველოს მეცნიერებისა და განათლების სამინისტროში, სკოლებში ახალი საგნის - ალგორითმების და დაპროგრამირების ენების შემოღების შესახებ, რაც განაპირობებს ჩვენი თემის აქტუალობას.

კვლევის მიზანი: პრაქტიკული რეკომენდაციების შემუშავება, რომელიც ხელს შეუწყობს საჯარო სკოლებში მათემატიკის ამოცანების ამოხსნის ალგორითმების შედგენას და გამოყენებას.

კვლევის ობიექტი: საქართველოს ზოგადსაგანმანათლებლო საჯარო სკოლები.

კვლევის საგანი: საქართველოს ზოგადსაგანმანათლებლო საჯარო სკოლის მათემატიკის სახელმძღვანელოებში საინტერესო და რთული ამოცანების ამოხსნის ალგორითმის შედგენა.

კვლევის ჰიპოთეზა იმაში მდგომარეობს, რომ შემოთავაზებული მიდგომა შეიძლება გამოყენებული იყოს არა მარტო მათემატიკის, არამედ სხვა საგნების საკითხების სწავლებისას.

კვლევის ამოცანები:

- მათემატიკის სწავლების ვირტუალური გარემოს კონცეპტუალური მოდელის შემუშავება;
- საქართველოს ზოგადსაგანმანათლებლო საჯარო სკოლებში თანამედროვე კომპიუტერული მეთოდების გამოყენებით მათემატიკის ამოცანების ამოხსნის ალგორითმების შექმნა კონცეპტუალური მოდელის ფორმირებით, რომელიც დააკმაყოფილებს სკოლების მოთხოვნებს.

- რიცხვითი სისტემების ამოცაების ამოხსნის ალგორითმის პროგრამული კონვერტორების შექმნა

კვლევის მეთოდები: კვლევაში გამოყენებულია მათემატიკის ტრადიციული სწავლებისა და თანამედროვე კომპიუტერული სწავლების - ალოგორითმების შედგენისა და გამოყენების მეთოდები.

მეთოდოლოგიური საფუძვლები. კვლევის მეთოდოლოგიური საფუძველია:

- მათემატიკის ამოცანების სწავლების თეორიისა და პრაქტიკის ურთიერთდამოკიდებულობა და კავშირი;
- მათემატიკის ამოცანების ამოხსნის სწავლება ალგორითმის შედგენით და თანამედროვე ტექნოლოგიების გამოყენებით;
- ახალი მიდგომების შემოღება მათემატიკის სწავლებისადმი, რომელშიც იგულისხმება ამოცანის ამოხსნის ალგორითმების შედგენა და მისი ჩაწერის კონცეპტუალური მოდელის შემუშავება.

ნაშრომის მეცნიერული სიახლე.

საქართველოს ზოგადსაგანმანათლებლო საჯარო სკოლებში მათემატიკის სწავლების პროცესში ამოცანათა ამოხსნის უდიდესი ნაწილის გადაწყვეტა ყველგან ტრადიციული მეთოდის გამოყენებით მიმდინარეობს. დისერტაციაში დამუშავებულია მათემატიკის სახელმძღვანელოებში არსებული რთული და საინტერესო ამოცანების ამოხსნის ალგორითმის შედგენის კონცეპტუალური მოდელი, რომელიც რეალიზებულია რამდენიმე ამოცანის ამოხსნის მაგალითზე.

შესწავლილია საჯარო სკოლის მათემატიკის სახელმძღვანელოებში არსებული თემატიკა და მათი შესაბამისი ამოცანების ამოხსნის მეთოდები და პრობლემები.

ფორმირებული და მეცნიერულად დასაბუთებულია ამოცანათა ამოხსნის ალგორითმების შედგენის დიდაქტიკური კონცეპცია და მისი საგანმანათლებლო მნიშვნელობა.

კვლევის თეორიული მნიშვნელობა მდგომარეობს მათემატიკის ამოცანების ამოხსნის სწავლების ალგორითმების კონცეპტუალური მოდელის შემუშავებაში.

ნაშრომის პრაქტიკული მნიშვნელობა იმაში მდგომარეობს, რომ მათემატიკის სწავლება თანამედროვე ტექნოლოგიების და ალგორითმული ენების დახმარებით

შესაძლებელია ისეთი პროგრამული სისტემის შექმნა, რომელთა ეფექტური გამოყენება შესაძლებელი იქნება ნებისმიერი მათემატიკის მასწავლებლისათვის.

კვლევის თეორიულ-მეთოდურ საფუძვლებს წარმოადგენს: კომპიუტერულ და განათლების მეცნიერებებში მოღვაწე მეცნიერ-პედაგოგების, პროგრამისტების, დიდაქტიკოსებისა და ფსიქოლოგების ნაშრომები. სადაც განხილულია მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის ალგორითმები და მათი რეალიზების კოდები, როგორც სასწავლო დიდაქტიკური სისტემის საფუძვლები.

ნაშრომის მოცულობა და სტრუქტურა დისერტაცია შედგება, შესავლის, სამი თავის, დასკვნებისა და ლიტეატურისაგან. იგი მოიცავს კომპიუტერზე ნაბეჭდ 122 გვერდს, 15 ცხრილს, 5 სურათს, 11 ნახაზს და 94 დასახელების ლიტერატურის ჩამონათვალს. დისერტაციის ირგვლივ გამოქვეყნებულია 8 ნაშრომი.

ნაშრომის ძირითადი დებულებები მოხსენიებული და განხილულია საერთაშორისო კონფერენციებზე (იხ. ნაშრომების სია).

დისერტაციის ძირითადი შედეგები გამოქვეყნებულია შემდეგ სამეცნიერო ნაშრომებში

1. გელოვანი, ნ., ოხანაშვილი, მ., ყურაშვილი, ნ., ელიზბარაშვილი, მ., 2012, -23 სექტემბერი, „რიცხვითი სისტემების კონვენტორი“ ნანობაშვილი, ქ., ჩაჩანიძე, გ., (რედ), II საერთაშორისო სამეცნიერო კონფერენცია, კომპიუტინგი/ინფორმატიკა, განათლების მეცნიერებები, მასწავლებლის განათლება, მოხსენებათა თეზისები, (გვ. 32,33), ბათუმი.
2. ოხანაშვილი, ს., ოხანაშვილი, მ., 2016 წ, 1-3 ოქტომბერი, „ინფორმაცია უსაფრთხო ინტერნეტ სივრცეში“, IV საერთაშორისო-სამეცნიერო კონფერენცია კომპიუტინგი/ინფორმატიკა, განათლების მეცნიერებები, მასწავლებილის განათლება, ნანობაშვილი, ქ., (რედ); ჩაჩანიძე, გ., (რედ), საერთაშორისო სამეცნიერო კონფერენცია, (გვ. 144-147), თბილისი.
3. ოხანაშვილი, ს., ოხანაშვილი, მ., 2014 წ. 17-19 ოქტომბერი, „მათემატიკის ამოცანების ამოხსნის ალგორითმები მოსწავლეთა ჯგუფური მუშაობისთვის“ დალაქიშვილი. გ., (რედ), III საერთაშორისო-სამეცნიერო კონფერენცია

კომპიუტინგი/ინფორმატიკა, განათლების მეცნიერებები, მასწავლებლის განათლება. მოხსენებათა თეზისები, (გვ. 117) ბათუმი.

4. ოხანაშვილი, მ., ოხანაშვილი, ს., 2012 წ, 21-23 სექტემბერი, „პი რიცხვის მნიშვნელობის გამოთვლა კომპიუტერის დახმარებით“, ნანობაშვილი, ქ., ჩაჩანიძე, გ., (რედ), II საერთაშორისო-სამეცნიერო კონფერენცია კომპიუტინგი/ინფორმატიკა, განათლების მეცნიერებები, მასწავლებლის განათლება, მოხსენებათა თეზისები, (გვ. 75-77) ბათუმი.

5. ოხანაშვილი, ს., ოხანაშვილი, მ., 2011წ. 20-22 მაისი, „პრობლემურ-მოდულური დიდაქტიკის საფუძველზე მათემატიკური ცოდნის შეთვისების კომპიუტერული დიაგნოსტიკა“, აკადემიკოს ჩოგოვაძე, გ., (რედ) საერთაშორისო სამეცნიერო ტექნიკური კონფერენცია „მართვის ავტომატიზირებული სისტემები და თანამედროვე საინფორმაციო ტექნოლოგიები“ , (გვ. 189 – 190) თბილისი

6. ოხანაშვილი, ს., ოხანაშვილი, მ., გელოვანი, ნ., 2011 წ. „ნაშთთა თეორიის სწავლება Excel პროგრამის საშუალებით“, სემიკინა, ი., (რედ), საერთაშორისო-სამეცნიერო კონფერენცია, კომპიუტერული მეცნიერება, განათლების მენეჯმენტი, სწავლების თანამედროვე ტექნოლოგიები, (გვ. 338 – 343) თბილისი.

7. Okhanashvili, S., Okhanashvili, M., Okhanashvili, IA, –2016, 23-27 May, „REQUIREMENTS IN TEST DESIGN”, XXVII Internatinal Conference PROBLEMS OF DECISION MAKING UNDER UNCERTAINTIES (PDMU – 2016) (გვ. 127-128), Tbilisi-Batumi, Georgia.

8. Оханашвили С., Оханашвили М., 2014, „Сложностъ алгоритмов“, Part II - Mathematics and ICT application sphere. New training technologies. (გვ. 34-38), Ганджа.

თავი. I. მათემატიკის სწავლების თეორიული და პრაქტიკული ღირებულება

§ 1.1 მათემატიკის სწავლების ზოგადი მიმოხილვა და სტრატეგიული მნიშვნელობა

ტერმინი მათემატიკა ბერძნული წარმოშობისაა, და ქართულად „მეცნიერებას, ცოდნას, სწავლას" - ნიშნავს, ხოლო **მათემატიკოსი** – სწავლის მოყვარულს.

ქვეყანას რიცხვები მართავენ - ამბობს პლატონი და არ შეიძლება რომ არ დაეთანხმო, რადგან ყველაფრის ზომას, ფორმას, რიტმსა და სიმეტრიას განსაზღვრავს რაღაც რიცხვი, რის გამოც სამყაროში ყოველი სიდიდე რიცხვით ან რიცხვთა სისტემით გამოისახება, რომლებიც გამოთვლების, დაკვირვების ან გაზომვის შედეგად მიიღება. [39]

თანამედროვე ეპოქაში მათემატიკა ფართოდ გამოიყენება ადამიანის საქმიანობის ყველა სფეროში, მეცნიერებასა და ტექნოლოგიებში, მედიცინაში, ეკონომიკაში, გარემოს დაცვასა და კეთილმოწყობაში, სოციალურ გადაწყვეტილებათა მიღებაში და სხვა. აღსანიშნავია ისიც, რომ მათემატიკას განსაკუთრებული როლი უკავია კაცობრიობის განვითარებაში და თანამედროვე ცივილიზაციის ჩამოყალიბებაში.[39]

საქართველოში მიმდინარე ზოგადსაგანმანათლებლო სკოლის რეფორმა არსებითად განსხვავებულ მოთხოვნებს უყენებს სასწავლო პროცესს. მოთხოვნათა შესაბამისად, მათემატიკური განათლების მიზნებს შორის წინა პლანზე წამოიწია მოსწავლეთა მათემატიკური უნარების განვითარებამ, პრაქტიკული ამოცანების გადაჭრის უნარ-ჩვევების ფორმირებამ. განისაზღვრა კრიტერიუმები კონკრეტული მათემატიკური ცოდნის იმ ნაწილის შესარჩევად, რომლის ათვისებაც აუცილებელია მოსწავლისათვის. ესაა ადამიანის პრაქტიკული საქმიანობის, სწავლის გაგრძელების, სხვა საგნების შესწავლის საჭიროებანი. მათემატიკური განათლების მიზნებში ცვლილებების შეტანამ აუცილებელი გახადა ცვლილებები საგანმანათლებლო სტანდარტში, რაც თავისთავად მოითხოვს შესაბამისი სახელმძღვანელოების შექმნას[3, 12 45].

სახელმძღვანელოების შესაქმნელად კი საჭირო ხდება თითოეული სასწავლო საკითხი წინასწარ განხილვა და შემოწმება გარკვეული ექსპერიმენტების დახმარებით, რამდენად არის ის გადაწყვეტილი თანამედროვე ტექნოლოგიების გამოყენებით. მათემატიკაში არის ამოცანები, რომელთა ამოხსნა არ არის რთული თეორიული თვალსაზრისით, მაგრამ მისი პრაქტიკული გადაწყვეტა ზოგჯერ დიდ გამოთვლებსა და დროს მოითხოვს.

მათემატიკა, როგორც ცნობილია ერთ-ერთი ძირითადი საგანია ზოგადსაგანმანათლებლო საჯარო სკოლებში. იგი ყველა კლასში ისწავლება გარკვეული თემატიკის მიხედვით. თუმცა ამ ბოლო ხანებში, საერთაშორისო ორგანიზაციების კვლევების მიხედვით აღმოჩნდა, რომ მოსწავლეთა დიდმა ნაწილმა მათემატიკის ძირითადი ნაწილის თემატიკა სათანადო დონეზე არ იცის. ასევე თანამედროვე საჯარო სკოლის ყველა კლასის მათემატიკის სასწავლო სახელმძღვანელოებში შეტანილია განსხვავებული მასალები, რაც წინა სასწავლო პერიოდისაგან საკმაოდ განსხვავებულია. ეს გამოწვეულია ახალი ხედვებითა და მოთხოვნებით.

საბაზო და საშუალო კლასის მათემატიკის საგნებში დამატებულია ისეთი საკითხები, რომლებიც მათემატიკის სხვა დარგებიდან არის აღებული, ესენია: მათემატიკური სტატისტიკა და ანალიზი, გრაფთა თეორია, ნაშთა თეორია, ალგორითმები და ალბათობის თეორიის საფუძვლები. ასევე აღსანიშნავია, რომ აღნიშნული თემატიკა პედაგოგთა დიდ ნაწილს უმაღლესში სწავლების პერიოდის შემდეგ, გარკვეული წლების მანძილზე არ აქვთ გამოყენებული პრაქტიკაში და ხშირად სწავლების პროცესში ამ თემებს სათანადოდ ვერ ასწავლიან და ტოვებენ [6-11].

მათემატიკა ხელს უწყობს ადამინის გონებრივი შესაძლებლობების განვითარებას. იგი იძლევა ეფექტიან, ლაკონურ და არაორაზროვანი კომუნიკაციის საშუალებას. მათემატიკის გამოყენებით შესაძლებელია რთული სიტუაციის თვალსაჩინო წარმოჩენა, მოვლენების ახსნა და მათი შედეგების განჭვრეტა. მათემატიკაში შექმნილი აბსტრაქტული სისტემები და თეორიული მოდელები გამოიყენება კანონზომიერების შესასწავლად, სიტუაციის გასაანალიზებლად და პრობლემის გადასაჭრელად.

პრობლემის გადაჭრისას აუცილებელია მის არსში წვდომა, ადეკვატური აპარატის შერჩევა, ან მისი შემუშავება. პრაქტიკული თუ სამეცნიერო პრობლემები თავის მხრივ მათემატიკას ამარაგებს მნიშვნელოვანი და საინტერესო ამოცანებით, შესაბამისად, სწავლებისას ძირითადი ყურადღება უნდა მიექცეს მათემატიკური მეთოდების გამოყენებას და მისი ფოკუსის გადატანას პრობლემის გადაჭრაზე, რაც უფრო აძლიერებს მოსწავლეთა ენთუზიაზმს და აღუძრავს ინტერესს მათემატიკისადმი.

უძველესი დროიდან მოყოლებული შუასაუკუნეებამდე, მათემატიკური ხელოვნების გამოვლინებები თან სდევს საუკუნეთა წინსვლას. მეთექვსმეტე საუკუნის დროიდან მოყოლებულმა მათემატიკურმა გათვლებმა საფუძველი ჩაუყარა მათემატიკის განვითარების ტემპის სისწრაფეს, რაც დღემდე არ შენებულა და უფრო და უფრო მაღალ საფეხურზე ადის. [6-11].

სწავლების თანამედროვე მიდგომები გულისხმობს მოსწავლეზე ორიენტირებულ სწავლებას და მოტივაციის ამაღლებას, როდესაც მოსწავლე თეორიული ცოდნის ტრანსფერს ახდენს, იყენებს ცოდნას რეალურ ცხოვრებაში.

სწავლებას პრაქტიკაში არასტანდარტული მათემატიკური ამოცანების შერჩევასა და მათ გამოყენებას წინ მოსამზადებელი მუშაობა უნდა უსწრებდეს. ამიტომ აუცილებელია იმ მოთხოვნათა ჩამოყალიბება, რომელთა საფუძველზეც უნდა განხორციელდეს მათი შერჩევა. მათემატიკის სწავლების ეფექტიანობა უდიდესწილად განპირობებულია თითოეული კონკრეტული ამოცანის შესაძლო ფუნქციური დატვირთვის სრული გათვალისწინებით. ცხადია, რომ ამოცანა მით მეტად ფასობს, რაც უფრო მეტი ფუნქციის რეალიზება ხდება მისი ამოხსნის პროცესში. მათემატიკური განათლების ძირითადი მიზნების (განვითარება, სწავლა, აღზრდა) შესაბამისად, სწავლებაში ამოცანათა წამყვან ფუნქციებად განმავითარებელი, სასწავლო და აღმზრდელობითი ფუნქციები ითვლება. [46]

სასკოლო მათემატიკური ამოცანების ტიპოლოგიის თაობაზე საუბრისას ა. სტოლიარი, პირველ ყოვლისა, განასხვავებს ტიპიურ ამოცანებს არატიპიურისაგან, რომლებისთვისაც არ არსებობს (ან უცნობია) ამომხსნელი ალგორითმი.

ი. კოლიაგინი თვლის, რომ ამოცანის ტიპი განისაზღვრება იმით, თუ მისი რომელი კომპონენტია (პირობა, დასკვნა, ამოხსნა, ამოხსნის დასაბუთება) უცნობი

სუბიექტისათვის და გამოყოფს სტანდარტულ, სასწავლო, საძიებო, პრობლემურ და შემოქმედებით ამოცანებს. საძიებო ამოცანები, აღნიშნავს ავტორი, ყველაზე ხშირად მათემატიკურ ოლიმპიადებზე გვხვდება. როგორც წესი, მათში მკაფიოდაა გამოკვეთილი ამოცანის პირობა და მიზანი; სამაგიეროდ უცნობია არა მარტო ამოხსნის ხერხი, არამედ თეორიის ის განყოფილება – ბაზისი, რომელსაც ის ეფუძნება. საოლიმპიადო ხასიათის ამოცანებს ი. კოლიაგინი არასტანდარტულს უწოდებს. [57]

ჩატარებული უამრავი კვლევებიდან მათემატიკის ცოდნის სტრუქტურის შეფასება კარგად არის გამოკვეთილი TEDS-M-ის კლვლევებში. როგორც კვლევაში არის აღწერილი მათემატიკა ფასდება ორი ძირითადი ასპექტით: მათემატიკის საგნობრივი ცოდნა და მათემატიკის სწავლების მეთოდიკის ცოდნა. [48]

ამრიგად, შეიძლება ითქვას, რომ XXI-ე საუკუნეში ერთ-ერთ ეფექტურ და აქტუალურ საშუალებად ითვლება მათემატიკის სწავლებაში თანამედროვე ტექნოლოგიების დანერგვა. მათემატიკის სწავლების თანამედროვე ტექნოლოგიების ქვეშ იგულისხმება კავშირების განხორციელება ტექნოლოგიებსა და მათემატიკურ განათლებას შორის ანუ მოსწავლისათვის პრაქტიკულ და გამოყენებითი ასპექტების რეალიზებას. როგორც ვხედავთ მათემატიკის სწავლებაში - თანამედროვე ტექნოლოგიები ერთ-ერთი განშტოებაა, რაც ხელს უწყობს მოსწავლეებს ზოგად განვითარებაში, წარმოსახვის და ინტუიციის უნარის ჩამოყალიბებასა, სამყაროს რეალობის აღქმაში. [47]

§ 1.2 მათემატიკის ამოცანების ამოხსნის სწავლების თეორიულ-პრაქტიკული ასპექტები

მიუხედავად იმისა, რომ ოცდამეერთე საუკუნე თანამედროვე ტექნოლოგიური რევოლუციის საუკუნედ არის აღიარებული, ჩვენ ყოველ ნაბიჯზე მაინც ვხდებით მოსწავლეებს, რომლებთაც არ ეხერხებათ გამოიყენონ მათემატიკის საგანში მიღებული თეორიული და პრაქტიკული უნარ-ჩვევები.

მათემატიკის ამოცანის ამოხსნის სწავლების თეორიულ-პრაქტიკული ასპექტი წარმაოდგენს ტექნოლოგიური პროცესის რეალიზების თანმიმდევრულ პროცესს, რაც მათემატიკურ განათლებში თანამედროვე ტექნოლოგიების წარმოჩენის ძირეული საფუძველია.

მათემატიკის სწავლების ერთ-ერთ ძირითად მეთოდად ითვლება თანამედროვე ტექნოლოგიებით სწავლების მეთოდი. რომელის არსიც, არის შემოქმედებითი აზროვნების შესწავლა. თანამედროვე ტექნოლოგიების სწავლების მეთოდში იგულისხმება მათემატიკის ამოცანების ამოხსნის მეთოდები, ალგორითმები და ხერხები.

თანამედროვე ინფორმაციული ტექნოლოგიები პედაგოგს უყენებს ახალ მოთხოვნებს, რომელიც მისთვის ჯერ კიდევ უცნობია და შესაბამისად შესწავლის თემას წარმოადგენს. [20] მასწავლებელი, მოსწავლეებთან ერთად ამუშავებს ამოცანის ამოხსნის ალგორითმებს წერითი ან გრაფიკული ფორმით, შემდეგ კი კომპიუტერული ტექნოლოგიების დახმარებით ახდენს მის ვიზუალიზაციას.

მათემატიკის სწავლების დროს ზოგადსაგანმანათლებლო საჯარო სკოლის მასწავლებელი მოსწავლეებს აცნობს მზა მასალას და შესაბამისად ამოცანების ამოხსნის თეორიული და პრაქტიკული წესებით მიჰყავს მოსწავლე ალგორითმის აღმოჩენამდე.

ამოცანების ამოხსნასთან დაკავშირებით შეიძლება გამოვყოთ სწავლების სამი სიტუაცია:

1. სტანდარტული ამოცანების ამოხსნა, რომლის ამოხსნის საერთო მეთოდი და ალგოითმი მოსწავლეებისათვის ჯერ კიდევ უცნობია;
2. სტანდარტული ამოცანის ამოხსნა, რომლის ამოხსნის საერთო მეთოდი და ალგორითმი მოსწავლეებისთვის უკვე ცნობილია;
3. არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნა.

ალგორითმული ამოცანების განხილვისას საჭიროა სწავლების სტრატეგია ორიენტირებული იყოს მასზე, რომ მოსწავლეებმა თვითონ აღმაოჩინონ მოცემული ტიპის ამოცანათა ამოხსნის საერთო მეთოდი, შემდეგ კი შეეძლოთ მისი გამოყენება. [60]

იმისათვის, რომ მოსწავლეებში განვავითაროთ თანამედროვე ტექნოლოგიების გამოყენებით მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის სწავლების თეორიულ - პრაქტიკული უნარ-ჩვევები, ამისათვის არსებობს სხვადასხვა მეთოდოლოგიური ნაშრომები. თუმცა, ცხადია, რომ ყველა მოსწავლეს არ აქვს მათემატიკის შესწავლის სურვილი და ნიჭი, ამიტომ ჩვენ იმ მინიმალურ ცოდნაზე უნდა „დავაშენოთ“ და

გავზარდოთ მათემატიკის საგანის სწავლების პრაქტიკული ღირებულებანი თანამედროვე ტექნოლოგიების გამოყენების საშუალებით.

თანამედროვე ტექნოლოგიების გამოყენება მათემატიკის სწავლებაში იმითაა გამართლებული, რომ მათემატიკის ამოცანების ამოხსნის ალგოითმები შესაძლებელია კომპიუტერული პროგრამების ენის კომპილატორებით და ინტერპრეტატორების გამოყენებით ამოხსნილი იქნას ნებისმიერი სიზუსტით.

მათემატიკის სწავლებაში ამოცანების ამოხსნის თეორიულ-პრაქტიკული პრინციპების განსავითარებლად უნდა ავამაღლოთ მოსწავლის გონებრივი ინტელექტი თანამედროვე ტექნოლოგიების გამოყენების ხარჯზე, რაც შემდგომში შეიძლება გახდეს მისი მომავალი პროფესიული არჩევის განმსაზღვრელი.

წლების მანძილზე 1985 წლიდან ქ. თელავისა და მისი რაიონის საშუალო (საჯარო) სკოლის მოსწავლეები ცოდნას იღებდნენ თელავის მასწავლებელთა დახელოვნების ინსტიტუტის სწავლების ტექნიკური საშუალებების და ინფორმატიკის სასწავლო ცენტრში, ხოლო 1993 წლიდან საქართველოს განათლების სამინიტროს დაქვემდებარებულ თელავის ინფორმატიკის საწავლო ცენტრში, სადაც ძირითადად სწავლობდნენ მათემატიკისა და ფიზიკის ამოცანათა ამოხსნის ალგორითმების შედგენასა და კომპიუტერული კოდის შედგენას დაპროგრამირების ენებზე: Basic, Pascal და C. გარკვეული თეორიული და პრაქტიკული მომზადების შემდეგ აღნიშნულ მოსწავლეთა უმრავლესობა მონაწილეობდა საკონფერენციო თემების მომზადებაში და ინფორმატიკის და მათემატიკის რესპუბლიკურ ტურებზე. [20]

დაკვირვებებმა გვიჩვენა, რომ მოსწავლეები, რომლებიც წარმატებით ართმევენ თავს ალგორითმების შედგენას და მისი რეალიზებას რომელიმე დაპროგრამირების ენაზე ისინი სხვა საგნებშიც ამჟღავნებენ თავის ნიჭსა და უნარს. რაც შეეხება კომპიუტერულ ტექნიკასთან ურთიერთობას, ასეთი მოსწავლეები შედარებით ადვილად ითვისებენ სამომხმარებლო ჩვევებს და კომპიუტერის მართვის და გამოყენების მექანიზმებს. [22]

კვლევებმ გვიჩვენა, რომ ის მოსწავლეები რომლებისც ინფორმატიკის და მათემატიკის კლასგარეშე წრეებზე დადიოდნენ, სკოლის შემდეგ მათი დიდი

ნაწილი (80%) სწავლას უმაღლეს სასწავლებლებში კომპიუტერისა და ინფორმაციული ტექნოლოგიების მიმართულებით აგრძელებდნენ.

§ 1.3 მათემატიკის ამოცანების ამოხსნის ანალიზი და მათი პრაქტიკული დანიშნულება

საქართველოს ზოგადსაგანმანათლებოლო საჯარო სკოლებში საგანი მათემატიკა ისწავლება რამდენიმე განსხვავებული სახელმძღვანელოებით, ამთგან ჩვენ ამოვარჩიეთ დღეისათვის სკოლებში ყველაზე გავრცელებული მათემატიკის სახელმძღვანელო, რომელთა ავტორები არიან: გურამ გოგიშვილი, თემურაზ ვეფხვაძე, ია მებონია და ლამარა ქუჩიშვილი [5-11]. სხვადსხვა კლასის სახელმძღვანელოებიდან ამოვარჩიეთ სასწავლო თემები და მათი შესაბამისი პრაქტიკული მაგალითები და ამოცანები, რომლთა ამოხსნის ალგორითმის შედგენა, საკმაოდ საინტერესო და ადვილი გასაგებია. აღნიშნული [7-11] სახელმძღვანელოებიდან შერჩეული იქნა განსხვავებული თემატიკის და შინაარსის ამოცანები, რომელთა ამოხსნების ალგორითმები ბლოკ-სქემის დახმარებით ვიზუალურად ადვილი დასანახია და გასაგებია, ვიდრე ჩვეულებრივი მათემატიკური ფორმულის გამოთვლის დროს.

ცნობილია, რომ მოსწავლეთა დიდ ნაწილს უჭირს მათემატიკის თეორიული მასალის სწავლა, ისინი ვერ ამტკიცებენ თეორემებს, არ იციან მათემატიკური ტერმინოლოგიის გამოყენება და ფორმულები, მაგრამ ზოგჯერ ისინი ხალისით ხსნიან პრაქტიკულ მაგალითებსა და ამოცანებს.

აუციებელია, ზოგადსაგანმანათლებლო საჯარო სკოლის საბაზო და საშუალო საფეხურის კლასის მოსწავლეებმა მათემატიკის სახელმძღვანელოს გარდა გამოიყენონ დამხმარე ლიტერატურა და ინტერნეტ მათემატიკური სივრცე: ელ–წიგნები, მათემტიკური რედაქტორები, ენციკლოპედიები, ალგორითმები, აუდი–ვიდეო პროგრამები და სხვ.

ინტერნეტი საშუალებას იძლევა მოსწავლემ, მშობლებისა და მასწავლებლის დახმარების გარეშე დამოუკიდებლად მიიღოს ახალი ინფორმაცია, ცოდნა, გაეცნოს სხვადსხვა თემებს, ამოცანებს, მათ ამოხსნებს და განივითაროს უნარები.

ჩვენი კვლევების შედეგად, სასწავლო პროცესში მნიშვნელობა ენიჭება პრობლემის გადაწყვეტას ჯგუფურ მუშაობის დროს, რაც საშუალებას იძლევა დროის გარკვეულ მომენტში მოსწავლეებმა ერთობლივად იმსჯელონ, შეაჯერონ ერთმანეთის აზრები და გარკვეული დასკვნები გამოიტანონ მოცემულ დავალებაზე. როცა ჯგუფური მუშაობა შეჯიბრობითობის ხასიათს ატარებს მაშინ მათი წარმატება დამოკიდებულია ჯგუფის თითოეულ წევრის პასუხისმგებობაზე და ჯგუფებში მოსწავეთა შერჩევის წესზე.

ჯგუფური მუშაობის ამოცანები ყველ ჯგუფისათვის ისე უნდა შეირჩეს, რომ მათი ამოხსნის სირთულის ალგორითმი ერთნაირი იყოს.

საჯარო სკოლის მაღალი კლასების მათემატიკის სახელმძღვანელოში განხილულია ამოცანების ამოხსნის ალგორითმის ჩაწერის წესები, მაგრამ აქ მასალა იმდენად მცირეა და არ არის გამაგრებული პრაქტიკული მაგალითებით, რომ მასწავლებეთა დიდ ნაწილს უჭირის მისი სწავლება და ისინი ხშირად გვერდს უვლიან ამ საკითხებს.

ჯგუფური მუშაობისას მოსწავლეებს შეიძლება მიეცეთ უფრო რთული (ასევე შრომატევადი გამოთვლების) ამოცანის გადაწყვეტა, რადგან ჯგუფში არსებული ცოდნა და უნარები უფრო მეტია, ვიდრე ჯგუფის თითოეული წევრის, ამიტომ ჯგუფური მუშაობის დროს რთულია თითოეული მოსწავლის მიერ შესრულებული სამუშაოს შეფასება.

ჯგუფური მუშაობა შეიძლება განხილული იქნეს, როგორც ერთობლივი ინტელექტუაური მუშაობა, რაც ხელს შეუწყობს ჯგუფის თითოეული წევრის განვითარებას და მოტივიზაციის ამაღებას. [28]

განვიხილოთ ამოცანები, რომლების ზოგადსაგანმანათლებლო საჯარო სკოლების მათემატიკის საბაზო, საშუალო საფეხურის მოსწავლის სახელმძღვანელოებშია წარმოდგენილი.

სახელმძღვანელოში [5, 6] განხილულია ნატურალური რიცხვები - ნატურალური რიცხვების ჩასაწერად ვიყენებთ ათ ციფრს 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. ეს ციფრები საკმარისია ნებისმიერი ნატურალური რიცხვის ათობით სისტემაში ჩასაწერად. თუ ნატურალური რიცხვი ერთი ციფრითაა ჩაწერლი, მას ერთნიშნა რიცხვი ეწოდება. 49292 ხუთნიშნა რიცხვია, იგი ხუთი ციფრითაა ჩაწერილი. ამ

ჩანაწერაში პირველი თანრიგის (ერთეულის თანრიგის) ციფრია 2; ასეულის თანრიგის ციფრიც 2-ია. იგი წარმოადგენს 2 ასეულს - 200 ერთეულს. ერთი და იგივე ციფრი ჩანაწერში სხვადასხვა მნიშვნელობით გამოიყენება. ამიტომ რიცხვების ჩაწერის ამ სისტემას ათობითი სისტემის გარდა პოზიციურ სისტემას უწოდებენ. არაპოზიციური სისტემის მაგალითია რომაული სისტემა. სადაც 50 – L, 100 – C, 500 – D, 1000 – M. [5, 6]

სახელმძღვანელოში მოყვანილია მაგალითები:

VIII = 5+ 1+1+1 = 8

XXIV = 10+10+4=24

LXXVI = 50+10+10+5+1 = 76

აქვე მითითებული არის ე.წ. გიგიანტური რიცხვების სახელწოდებები:

1 000 000 = 1 მილიონი

1000 მილიონი = 1 მილიარდს

1 000 მილიარდი = 1 ტრილიონს

1 000 ტრილიონი = 1 კვადრილიონს

1 000 კვადრილიონი = 1 კვინტილიონს

სახელმძღვანელოში მოყვანილია თვლის სისტემების ეგვიპტური რიცხვების ჩანაწერის წესები.

ჩევი აზრით უკეთესი იქნებოდა სახელმძღვანელოში აღნიშნულ ნატურალურ რიცხვებზე გამახვილებულ იყო უფრო მეტი ყურადღება იმ გაგებით, რომ არაპოზიციურ სისტემაში შესაძლებელია ერთი და იგივე რიცხვი ჩავწეროთ რამდენიმე წესით. მაგალითად:

1. 40 = XL = 50-10
2. 40 = XXXX = 10+10+10+10
3. 40 = XXXVV = 10+10+10+5+5

ასეთი ჩანაწერიდან აუცილებელია მოსწავლეებმა იცოდნენ, რომელი ჩანაწერი უფრო სწორია პირველი, მეორე თუ მესამე. თუმცა სხვადასხვა ლიტერატურაში გვხვდება პირველი და მეორე ფორმით.

როგორც დაკვირვებამ (გამოკითხვებმა) გვიჩვენა მოსწავლეები მოითხოვენ ამ საკითხთან დაკავშირებულ უფრო მეტ პრაქტიკულ დავალებების შესრულებას და იმ

ალგორითმის ცოდნას, რომელიც საშუალებას მისცემთ მათზე არითმეტიკული ოპერაციების შესრულებას.

საინტერესო ის არის, რომ რომაულ არაპოზიციურ სისტემაში მოსწავლემ აუცილებლად უნდა იცოდეს შემდეგი:

1. თუ რომაულ რიცხვით სისტემაში „დიდ“ რომაულ ციფრს მარცხნიდან უწერია „პატარა“ რომაული ციფრი, მაშინ დიდს აკლდება პატარას მნიშვნელობა;
2. თუ რომაულ რიცხვით სისტემაში „დიდ“ რომაულ ციფრს მარჯვნიდან უწერია „პატარა“ რომაული ციფრი, მაშინ დიდს ემატება პატარა რომაული ციფრის მნიშვნელობა;

რიცხვის სტანდარტული ფორმა [5, გვ. 287] მათემატიკის, ფიზიკის, ქიმიის და სხვა მეცნიერებების გამოყენების დროს ხშირად საჭირო ხდება მოქმედებები გიგანტურ რიცხვებზე. მაგალითად ქიმიაში ავოგადროს რიცხვი - 12 გრ ნახშირბადში (ანუ 1 მოლ ნახშირბადში) ატომების რაოდენობა დაახლოებით 600 000 000 000 000 000 000 000 ტოლია; ამ რიცხვის წაკითხვა ხდება ასე - 600 სექსტილიონი (1 სექსტილიონი = ერთიანს 21 ნულით) [5].

გავიხსენოთ მეშვიდე კლასში ნასწავლი დიდ რიცხვთა - გიგანტ რიცხვთა სახელწოდებები, ესენია: მილიონი, მილიარდი, ტრილიონი, კვადრილიონი და კვინტილიონი და მათი ჩაწერის ხერხები:

1 000 000 = 1 მილიონი

1000 მილიონი = 1 მილიარდს

1 000 მილიარდი = 1 ტრილიონს

1 000 ტრილიონი = 1 კვადრილიონს

1 000 კვადრილიონი = 1 კვინტილიონს

მათემატიკის სწავლების დრო სექსტილიონის, კვადრილიონის და კვინტილიონის ჩაწერის ხერხები არ გამოიყენება და მათი ჩაწერის ფორმაც საკმაოდ მოუხერხებელია. თუმცა აღნიშნული თემა განხილულია ზოგადსაგანმანათლებლო სკოლის მათემატიკის 8-ე კლასის სახელმძღვანელოში [6].

ზოგადად, ყოველი დადებითი a რიცხვი, რომელიც არ არის ნაკლები 10-ზე, შეიძლება ჩავწეროთ ასეთი ფორმით: $a=b\cdot 10^n$, $1\leq b<10$ სადაც n ნატურალური რიცხვია.

რიცხვის ასეთ ჩაწერას, რიცხვის სტანდარტული ფორმა ეწოდება. თუ a რიცხვი ერთზე ნაკლები დადებითი რიცხვია, მაშინ მას ასე ჩაწერენ $a=b\cdot 10^{-n}$, $1\le b<10$ სადაც n ნატურალური რიცხვია. ასეთი სახის წარმოდგენა რიცხის სტანდარტული სახის წარმოდგენაა (ერთზე ნაკლები დადებითი რიცხვისთვის) [5].

ჩვენი აზრით, აუცილებელია მოსწავლეებმა იცოდნენ რიცხვის თანრიგთა სახელწოდებები და მათი ჩაწერის ფორმები. ზემოთ აღნიშნული ფორმატი ტექნიკურ ლიტერატურაში სხვა ფორმითაც გვხდება. მაგალითად: a = bEn ეს იგივეა რაც b გამრავლებული 10-ის n ხარისხზე.

კვადრატული ფესვი. [5] ძველ საბერძნეთში მათემატიკა ჩამოყალიბდა მეცნიერების სახით. მრავალი მათემატიკური ტერმინიც ბერძნებმა შემოიღეს „ფესვის პოვნის" -„ფესვის ამოღების" ტერმინის ნაცვლად. ძველი ბერძნები ამბობდნენ: „კვადრატის ფართობის მიხედვით ვიპოვოთ კვადრატის გვერდი". ლათინურ ენაში სიტყვები: „გვერდი", „ფერდი", „ფესვი", ერთი და იმავე სიტყვით გამოისახება - radix. ამ სიტყვიდან წარმოიშვა სინონიმები - „რადიკალი" და „ფესვი". ფესვის ნიშანი 1525 წელს მათემატიკის მასწავლებელმა ქალაქ ვენიდან - რუდოლფა შემოიღო. თავდაპირველად იხმარებოდა სიმბოლო: „ √ ". ხოლო დეკარტმა შეავსო იგი „$\sqrt{\ }$ " (კვადრატული ფესვით) სიმბოლომდე [5].

ამ საკითხის სწავლების დროს მოსწავლეები ფესვის ამოღებას სწავლობენ კალკულატორის ან კომპიუტერის დახმარებით. ფესვს იღებენ სხვადასხვა სიზუსტით თუმცა გასულ წლებში ეს საკითხი ისწავლებოდა ოთხნიშნა მათემატიკური ცხრილის გამოყენებით, ლოგარითმული სახაზავებითა და სხვა. უნდა ითქვას, რომ თეორიულად ფესვის ამოღების სხვა მეთოდიც არსებობს, რომლის ალგორითმი არც ისე რთულია. მთავარი ის არის, რომ ამ საკითხის სწავლების დროს მოსწავლეების სვამენ კითხვას: როგორ იღებს კალკულატორი ფესვს? რა მათემატიკური მოდელი ან ალგორითმი არსებობს ამის შესასრულებლად?

ვფიქრობთ, აუცილებეილია ფესვის ამოღების ალგორითმი მითითებული იყოს ამ საკითხის სწავლების პროცესში.

ასევე საინტერესო საკითხს წარმოადგენს ოქროს კვეთის პროპორცია, რიცხვის პროცენტის გამოთვლა, მონაცემთა ანალიზი და სტატისტიკა, კუპიურების

დახურდავების ამოცანა, ფარდობითი სიხშირე და სხვა. ყველა აღნიშნული საკითხი ექვემდებარება ალგორითმიზაციას.

მეცხრე კლასის სახელმძღვანელოში [7] განხილულია **ნაშთთა არითმეტიკა.** თემაში მკაფიოდ არ არის ახსნილი ნაშთთა არითმეტიკის ძირითადი სახე, განხილულია რამდენიმე მაგალითი და ისიც ზოგადი სახით. აქ არის განხილული ერთი მაგალით № 3: რა ნაშთი მიიღება 8889*8887*8860*8891*88*61*88*63 ნამრავლი 7-ზე გაყოფისას? [7] ამოცანის ამოსახსნელად მითითებულია, რომ კალკულატორი არ არის საჭირო. აქ მითითებულია, რომ მთელ რიცხვთა სიმრავლე შეიძლება დაიყოს ქვესიმრავლეებად, კლასებად, რომელში შედის 7k, 7k+1, 7k+2, 7k+3, 7k+4, 7k+5, 7k+6. სადაც $k\in Z$ სახის რიცხვებია. ეს ქვესიმრავლეები არათანაკვეთადია. თუმცა აქ არ არის მითითებული ეს როგორ შეიძლებოდა ჩაწერილიყო. ზოგადად პასუხი გაცემული არ აქვს ზემოთ დასმული მაგალითის ამოხსნას.

მიმდევრობა. რეკურენტული წესით მოცემული მიმდევრობები. [7] მეცხრე კლასის სახელმძღვანელოში განხილულია ამოცანები შემდეგი სახით: მოცემულია მიმდევრობა a_1, a_2, a_3 … რომლის ყოველი წევრი დაწყებული მეორედან რაღაცა კანონით იცვლება წინა წევრის გამოყენებით. ამ შემთხვევაში შესაძლებელია რიცხვითი მიმდევრობები ჩავწეროთ რეკურენტულად. მაგალითად ასე: $a_1 = 3$ ხოლო $a_n = a_{n-1}+4$ ასეთ დამოკიდებულობას რეკურენტულ დამოკიდებულობას უწოდებენ ანუ „უკან დაბრუნების გზით მიიღება მომდევნო რიცხვი“. საინტერესო ამოცანას წარმოადგენს ფიბონაჩის მიმდევრობის ელემენტების პოვნის ამოცანა, რომელიც რეკურსიული სახით ასე ჩაიწერება: $a_1 = a_2 =1$, $a_n = a_{n-1}+ a_{n-2}$ ეს არის რეკურენტული დამოკიდებულება. რეკურენტული სიტყვა ლათინური წარმოშობისაა და ქართულად ნიშნავს უკან დაბრუნებას. რაც შეეხება რეკურსიას აქ არ არის განხილული მისი მათემატიკური ფორმულით ჩაწერის სახე. უკეთესი იქნებოდა მისი რეკურსიული ფორმულის სახით ჩაწერილიყო. მაგალითისათვის ფიბონაჩის რიცხვითი მიმდევრობა რეკურსული სახით შეიძლება ასე ჩაიწეროს.

$$f(n)=\begin{cases}1, & \text{თუ } n=1 \text{ ან } n=2\\ f(n-1)+f(n-2), & \text{თუ } n>2\end{cases} \quad . \; . \; . \; (1.1)$$

ფორ: №1 აქვე განხილულია ამოცანა [7] გეომეტრიიდან. ორი წრე ერთმანეთს კვეთს, ერთ-ერთი წრეწირის ცენტრია O_1 და რადიუსი R_1, ხოლო მეორე

წრეწირის ცენტრია O_2 რადიუსი R_2. ეს ამოცანა საინტერესო ფორმას იღებს მაშინ, როცა საჭირო ხდება კვეთის დროს მიღებული ფართობის გამოთვლა, რომელიც საკმაოდ შრომატევადი და რთულია.

ასევე ალგორითმული თვალთახედვით საინტერესო საკითხებს წარმოადგენს რაციონალური რიცხვების პერიოდული ათწილადების კვლევა. პერიოდის სიდიდის დადგენა, წრეწირის განტოლება და სიმეტრიული ფიგურების აგების სტრუქტურა ლოკოკინის საფარის ნიჟარის მაგალითზე.

მეათე კლასის სახელმძღვანელოში განხილულია სამკუთხედის ფართობის ფორმულები [8]. როგორც ცნობილია სამკუთხედის ფარდობის გამოთვლა შესაძლებელია სხვადასხვა ფორმულის გამოყენებით. ესენია: ფუძისა და სიმაღლის, გვერდებისა და მათ შორის მოთავსებული კუთხის სინუსით და ასევე ჰერონის ფორმულის მიხედვით. ჰერონის ფორმულა შექმნა ალექსანდრიელმა მთემატიკოსმა ჰერონმა ჩვენ წელთ აღრიცხვამდე პირველ საუკუნეში. რომელმაც გამოაქვეყნა თავის თხზულებაში მეტრიკა, სადაც მოცემული იყო ფიგურების გაზომვის წესი. ჰერონის ნაშრომში ასევე განხილული იყო კვადრატული ფესვის მიახლოებითი მნიშვნელობის გამოთვლის ერთ-ერთი წესი, რომელიც ჩაიწერება ასეთი სახით:

$$\sqrt{N} \approx \frac{1}{2}(a + \frac{N}{a}) \ldots (1.2)$$

ფორ: №2

სადაც a უდიდესი ნატურალური რიცხვია და მისი კვადრატი ნაკლებია ან ტოლია მოცემულ N რიცხვზე. მაგრამ როგორ უნდა შედგეს ამ ფორმულის გამოყენებით ნებისმიერი რიცხვის კვადრატული ფესვის გამოთვლის ალგორითმის შედგენა მითითებული არ არის.

ასევე საინტერესოა ამოცნაა ისეთი სამკუთხედები, რომელიც ჰერონის სახელს ატარებს. ამ სამკუთხედის გვერდებია ნატურალური რიცხვები 13 (სმ), 14 (სმ) და 15 (სმ), ხოლო ფართობი 84 ($სმ^2$), ასევე, მეორე სამკუთხედი, რომლის გვერდებია 13 (სმ), 12 (სმ) და 5 (სმ), ხოლო ფართობი 30 ($სმ^2$). აღსანიშნავია ის, რომ ზემოთ განხილული ორივე ფორმულა ექვემდებარება ალგორითმიზაციას.

რადიანული ზომა [8]. თემაში მოცემულია, კუთხის ზომის ერთეულები, გრადუსული და რადიანული ზომა. ერთი რადიანი = $180^0/\pi \approx 57^0$. აქ ყველაფერი

კარგად არის განხილული, გარდა იმისა, რომ ერთ რადიანში არის 57 გრადუსი და კიდევ 17 მინუტი და 45 სეკუნდი ანუ ერთი რადიანი ≈ 57.2958 გრადუსს. აღსანიშნავია ის, რომ ამ საკითხის სწავლების დროს მოსწავლეები და მასწავლებლებიც ხშირად სვამენ კითხვას. როგორ მიიღება პი რიცხვის მნიშვნელობა, რა ალგორითმით? რა ფორმულით გამოითვლება იგი?

მთელი რიცხვების გაყოფა. თვლის სისტემები. [8] თემაში მოყვანილია ათობითი რიცხვების გადაყვანა თვლის სხვადასხვა სისტემაში. ორობითში, ოთხობითში, ხუთობითში და ა.შ. თუმცა მასწავლებლებთან საუბრის დროს, მათ აღნიშნეს, რომ მათ რჩებათ უკმარისობის გრძნობა იმის შესახებ, რომ რიცხვების თვლის სხვა სისტემაში გადაყვანის და მათზე არითმეტიკული ოპერაციების მოქმედების შესრულებისას უჭირთ პრაქტიკულად შესრულება.

მეათე კლასის სახელმძღვანელოში [8] განხილული ინფორმაციის კოდირებისა და დეკოდირების საკითხი. რომელიც ძირითადად გამოიყენება საიდუმლო მიწერ-მოწერის დროს. მიუხედავად იმისა, რომ განსაზღრულია იმპერატორ იულიუს კეისრის მიერ შექმნილი დაშიფვრის კოდი იგი, მხოლოდ გაცნობითი ხასიათისაა და მისი ალგორითმი ძალაინ ბევრი მოსწავლისათვის და ზოგიერთი მასწავლებლისათვის გაუგებარია.

ამ სახელმძღვანელოში ძალიან ბევრი საინტერესო საკითხია, რომლებიც ექვემდებარებიან ექსპერიმენტის ჩატარებას. ასეთებია: ხდომილებათა სივრცე [8] სადაც განხილულია მაგალითი. აგორებენ ორ კამათელს და აკვირდებიან. ათასჯერ გაგორების დროს საჭიროა დადგინდეს რამდენჯერ მოვა ერთიანი, ორიანი, სამიანი, ოთხიანი და ა.შ.

სახელმძღვანელოში [8] ასევე გნხილულია საინტერესო თემები: მარტივი და რთული პროცენტების გამოთვლის წესი, რეკუსრსიული წესით მოცემული მიმდევრობების მნიშვნელობების გამოთვლა, მონაცემთა ანალიზი და სტატისტიკა, მოქმედებები სიმრავლეებზე და სხვა.

სხვადასხვა სკოლის მოსწავლეებთან გასაუბრების დროს აღმოჩნდა, რომ მოსწავლეების დიდი ნაწილი აინტერესებს კომპიუტერული ექსპერიმენტების ჩატარებას ამოცანების ამოხსნის ალგორითმის იმ ვიზუალური ფორმით დანახვა, რომელიც კომპიუეტერის გამოთვლის დროს მიიღება.

მეთერთმეტე კლასის სახელმძღვანელოში განხილულია ისეთი ამოცანები, რომელთა ალგორითმიზაცია საკმაოდ შთამბეჭდავი იქნება. [9] განხილულია წრფივი დაპროგრამირების ამოცანის ამოხსნის მაგალითები. რომელიც, მათემატიკური თვალსაზრისით კარგად არის ახსნილი, თუმცა ალგორითმული თვალსაზრისით არ არის განხილული და გაუგებარი მისი ამოხსნის ალგორითმი.

მეთერთმეტე კლასის სახელმძღვანელოში [9] განხილულია კომბინატორიკის ძირითადი წესები. ახსნილია მრავალფეროვნად, თუმცა გამოთვლის ალგორითმი განხილული არ არის. ნაშთთა არითმეტიკის ზოგირთი გამოყენების წესები [9] აქ გახილულია ინფორმაციის დაშიფვრის კრიფტოგრაფიული სხვადასხვა სისტემა. მაგრამ ალგორითმი არა არის. თვლის სხვადასხვა პოზიციური სისტემები [9] მაგალითები საკმაოდ ბევრია, თუმცა ალგორითმი აქაც არ არის წარმოდგენილი. მაჩვენებლიანი და ლოგარითმული ფუნქციების გამოყენების მაგალითები [9] თემაში აღწერილია და გამოყენებულია ნეპერის რიცხვი e = 2.71828 და ა.შ. მითითებულია მისი კალკულატორით გამოთვლის წესი, ასევე მისი მიახლოვებითი მნიშვნელობის გამოთვლის ფორმულა იქვე ცხრილის სახით მოცემულია მისი გამოთვლის ალგორითმის სქემა კალკულატორის დახმარებით.

I თავის დასკვნები

1. შევისწავლეთ და გავაანალიზეთ ზოგადსაგანმანათლებლო საჯარო სკოლებში მათემატიკის სწავლების პროგრამები, თემები და ის ძირითადი მოთხოვნები, რასაც საქართველოს მეცნიერების და განათლების სამინისტრო მოითხოვს მათემატიკის სწავლებას სკოლის რეფორმის ფარგლებში
2. გამოვლენილია მათემატიკის ამოცანების სასწავლო მიზნები, კვლევისა და განვითარების პრობლემები და ის სამი მთავარი მდგენელი, როგორებიცაა სწავლების თანმიმდევრული აგება, მოსწავლის პასუხების ინტელექტუალური ანალიზი და ინტელექტუალური ხელშეწყობა მათემატიკის ამოცანების ამოხსნისას.

თავი II. მათემატიკის სწავლების პრობლემები და დიდაქტიკური საფუძვლები

§ 2.1 მათემატიკის ამოცანის ამოხსნის ანალიზი და მათი პრაქტიკული დანიშნულება

თანამედროვე ეპოქაში მათემატიკა ფართოდ გამოიყენება ადამიანის საქმიანობის ყველა სფეროში, მართვაში, მეცნიერებასა და ტექნოლოგიებში, მედიცინაში, ეკონომიკაში, გარემოს დაცვასა და კეთილმოწყობაში, სოციალურ გადაწყვეტილებათა მიღებაში. აღსანიშნავია აგრეთვე მათემატიკის განსაკუთრებული როლი კაცობრიობის განვითარებაში და თანამედროვე ცივილიზაციის ჩამოყალიბებაში. საინფორმაციო და გამოთვლითი ტექნოლოგიების განვითარება, სივრცე-დროის სტრუქტურის უკეთ გააზრება, ბუნებაში არსებული მრავალი კანონზომიერების აღმოჩენა და აღწერა ნათლად წარმოაჩენს მათემატიკის სამეცნიერო და კულტურულ ღირებულებას [38, 39].

მათემატიკა ერთ-ერთი უძველესი მეცნიერებაა და იგი ეფუძნება აბსტრაგირებას, დედუქციურ მსჯელობას და სიმბოლურ ლოგიკას. ზოგჯერ მათემატიკას აღწერენ როგორც მეცნიერებას რიცხვების, გეომეტრიული ფიგურების და გარდაქმნების შესახებ. უფრო ფორმალური თვალთახედვით მათემატიკა სწავლობს აქსიომატურად განმარტებულ აბსტრაქტულ მათემატიკურ სტრუქტურებს [14, 41, 74].

მათემატიკის საწვლებაში ფართოდ გამოიყენება თანამედროვე ინფორმაციული ტექნოლოგიები, როგორც მეცნიერულ კვლევათა პროდუქტი, რომელიც არსებითად განსაზღვრავს სწავლების ხარისხსა და განათლების მომავალს. ამით საფუძველი ეყრება სამყაროს განვითარებისა და მასთან ადამიანის ადაპტაციის პირობებს. საინფორმაციო და კომუნიკაციური ტექნოლოგიების განვითარების პარალელურად ხდება მისი აქტიური ჩართვა სასწავლო პროცესში. იგი ხელს უწყობს მოსწავლეთა ჰარმონიულ განვითარებას და ინტეგრაციას საინფორმაციო საზოგადოებასთან. თანამედროვე საინფორმაციო ტექნოლოგიები ხელს უწყობს მოსწავლის მოტივაციის ამაღლებას, უნარებისა და სწავლის სურვილის ფორმირებას და ახალი ქცევისა და ცოდნის ჩამოყალიბებას [24, 25, 35, 41, 42].

თანამედროვე საინფორმაციო ტექნოლოგიების დანერგვა სწავლებაში მასწავლებელს საშუალებას აძლევს თვისებრივად შეცვალოს სწავლების შინაარსი, მეთოდები და ორგანიზაციული ფორმები. საინფორმაციო ტექნოლოგიების დანერგვა მკვეთრად აჩქარებს სწავლების პროცესს და ამაღლებს მის ხარისხს, ახდენს სასწავლო დროის ეკონომიას.

საგანმანათლებლო სისტემის თანამედროვე მოთხოვნები, ტექნიკური პროგრესი და ტექნოლოგიური პროცესები დიდ ზეგავლენას ახდენს განათლების არსებულ სისტემებზე. აქედან გამომდინარე, საჭიროა არსებულის ტრანსფორმაცია, მართვის ახალი ფორმებისა და ტექნოლოგიების, სწავლების მეთოდებისა და მიზნის მიღწევის გზათა ძიება. სწავლების ეფექტურობის მისაღწევად საჭიროა არსებული პედაგოგიური გამოცდილებისა და მეცნიერული კვლევების შერწყმა თანამედროვე ინფორმაციულ ტექნოლოგიებთან, რაც, ცხადია, გამოიწვევს საგანმანათლებლო სივრცის ხარისხობრივ ცვლილებებს [24, 27].

მათემატიკა ყოველწლიურად მდიდრდება ახალ-ახალი შედეგებით და თეორიებით, ან ძველი თეორიების განშტოებებით. ეს განშტოებები თავის მხრივ იცვლებიან და ურთიერთქმედებენ ერთმანეთთან [23].

მათემატიკა საშუალებას იძლევა შეიქმნას ზოგადი და საკმარისად ზუსტი მოდელები რეალური მოვლენების შესასწავლად [23].

სკოლებში მათემატიკის სწავლების სამი ძირითადი მიზანი არსებობს, ეს არის: საგანმანათლებლო, აღმზრდელობითი და განმავითარებელი.

საგანმანათლებლო მიზანია - მათემატიკა, როგორც მყარი, ფუნქციური ცოდნის მიღების საშუალება.

მოსწავლეებს გადაეცეს მეცნიერული ცოდნის გარკვეული სისტემა, რომელიც ეფუძვნება ზეპირ და წერით მათემატიკურ უნივერსალურ ენას და ღებულობენ მათემატიკური ცოდნის, მეთოდების გამოყენების უნარების განვითარებას და მათემატიკური ინსტრუმენტების გამოყენებას [19, 24, 25].

აღმზრდელობითი მიზანი - მათემატიკა, როგორც აღზრდის ერთიანი და კონსტრუქტივისტული სისტემა, იგი მოსწავლეებს უნვითარებს:

- პასუხისმგებლობის გრძნობას;
- ინიციატივის აღებას;

- შრომის ორგანიზებას;
- საკუთარი აზრის დაცვის უნარს;
- სწავლა-სწავლების მეტაკოგნიციური უნარის განვითარებას;
- მიზანზე ორიენტირებულობას;
- ჯგუფური მუშაობის და სხვისი აზრის პატივისცემას.

განმავითარებელი მიზანი - მათემატიკა, როგორც პიროვნების მრავალმხრივი (კოგნიტური, სოციალურ-ემოციური) განვითარების მნიშვნელოვანი წინაპირობა

- მათემატიკური ინტუიციისა და წარმოსახვის განვითარება;
- ლოგიკური აზროვნების განვითარება;
- სივრცული წარმოდგენების ფორმირება;
- მსჯელობის, შეხედულებათა არგუმენტირების, მოვლენათა ანალიზის უნარი;
- თვითეფექტიანობის განცდის განვითარება.

ამ მიზნების მისაღწევად საჭიროა სწორად შერჩეული პროგრამა, მოსწავლეებზე ორიენტირებული კარგი სახელმძღვანელოები და სასწავლო ლიტერატურა, მაღალი კომპეტენციების მქონე მათემატიკის მასწავლებლები და სწორად შემუშავებული მათემატიკის სწავლების მეთოდიკა [50, 58, 62, 63].

მათემატიკის სასკოლო კურსის შინაარსი და სწავლების მეთოდიკა ისე უნდა იყოს ფორმირებული, რომ მოსწავლეებში მოხდეს შედარების, აბსტრაგირების, განზოგადების, მსჯელობის შემადგენელი ცნებების განმარტების, დასკვნების გაკეთების, ობიექტის გაანალიზების, მისი არსის გამოყოფის, კერძო შემთხვევების გამოყოფის უნარი. უნდა განავითაროს კრიტიკული აზროვნება, ვერბალურად აზრის ზუსტად, მჭიდროდ და ნათლად გამოხატვის უნარი.

დღეისათვის განათლების სისტემაში ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი ადგილი უკავია ინფორმაციულ ტექნოლოგიებს, რადგან ის უზრუნველყოფს მოსწავლეებში სწავლისადმი ინტერესის ამაღლებასა და სხვადასხვა უნარ-ჩვევის განვითარებას. ნებისმიერი საგნის მასწავლებელმა შეიძლება გამოიყენოს კომპიუტერი საგაკვეთილო პროცესის სწორად წარმართვისა და სწავლების პროცესში, რათა მოსწავლეებს განუვითაროს კონსტრუქციული თანამშრომლობის, პრობლემების მოგვარების,

კრიტიკული და შემოქმედებითი აზროვნების, გადაწყვეტილების მიღებისა და სხვა უნარ-ჩვევა.

როგორც ცნობილია, არამოტივირებული და გულგრილი მოსწავლეების სწავლება პედაგოგებისათვის რთული გამოწვევაა. ასეთი მოსწავლეები უარყოფითად არიან განწყობილნი სასწავლო პროცესისადმი. სწავლებისა და სწავლის საერთაშორისო კვლევის მიხედვით (2014), კვლევაში მონაწილე ყველა მეოთხე მასწავლებელი თავისი დროის მეოთხედს მაინც კარგავს მოსწავლეების ქცევით გამოწვეული პრობლემების მოგვარებაზე.

ამ ფონზე მასწავლებლისთვის მნიშვნელოვანია, რომ სასწავლო კურსის ნაწილად აქციოს საკომუნიკაციო ტექნოლოგიები და ტრადიციულ სასწავლო ტექსტებთან ერთად გამოიყენოს მულტიმედიური რესურსები [64].

ამ ბოლო ხანებში ფართოდ გავრცელდა ტერმინი „შერეული სწავლება" რომელის მიხედვით აღწერილია პროცესი, თუ როგორ გამოიყენება ელექტრონული სწავლება ტრადიციულ სასწავლო მეთოდებთან ერთად, რათა შეიქმნას ახალი, თანამედროვე, თავისუფალი სწავლების მეთოდოლოგია. შერეული სწავლების მეთოდს აქვს გარკვეული წარმატებები, რომელსაც მეტი სტრუქტურიზაცია სჭირდება იმისათვის, რომ სწავლება მეტად ეფექტური იყოს.

შერეული სწავლების მეთოდის გამოყენებისას აუცილებლად უნდა გამახვილდეს ყურადღება სწავლების მიზანზე, შედეგსა და ეფექტურობაზე. შეიძლება შერეული სწავლების მეთოდი ერთ შემთხვევაში წარმატებული იყოს, თუმცა სხვა შემთხვევაში წარუმატებელი აღმოჩნდეს, აუცილებელია თანამედროვე ტექნლოგია ხელმისაწვდომი იყოს ყველა მოსწავლისათვის.

დღეს სასკოლო განათლებაში ფართოდ გამოიყენება ისტ - ინფორმაციული საკომუნიკაციო ტექნოლოგიები, რაც გულისხმობს: საგანთა შორის კავშირების წარმოჩენას, ინოვაციური მიდგომებს, სასწავლო პროცესში ახალი უნარ-ჩვევების განვითარებას.

ინფორმაციული ტექნოლოგიები მეტად ეფექტური ინსტრუმენტია, მისი დახმარებით კი შესაძლებელია ისეთი მასალები მომზადება, რომელიც ხელს შეუწყობს საგნის მასალის უფრო სიღრმისეულ დანახვას, ამისათვის ყველაზე საუკეთესო საშუალეებაა ელექტრონული პრეზენტაციის მომზადება.

მაგალითად მათემატიკაში ამოცანის ამოხსნის ალგორითმის შედგენა ბლოკ-სქემების დახმარებით და შემდეგ მისი გადატანა და გამოთვლა დაპროგრამირების ენის დახმარებით.

დღეს სკოლებში ფართოდ გამოიყენება ყველა ტიპის ციფრული ტექნიკა: კომპიუტერი, ფოტოაპარატი, ვიდეოკამერა, დიქტოფონი, სკანერი, პრინტერი და სხვადასხვა ტიპის ელექტრონული ინსტრუმენტები, ასევე საოფისე პროგრამები: ტექსტის, ელ-ცხრილების და პრეზენტაციების შესაქმნელად; ფოტო, აუდიო და ვიდეო რედაქტორები; ინტერნეტში სამუშაო და საძიებო პროგრამები და სისტემები[64].

თუმცა, ასევე შესაძლებელია ინტერნეტში მოძიებული იქნეს გეოგრაფიული საინფორმაციო სისტემები რუკების დასამზადებლად; დაპროგრამირების ენები, მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის რედაქტორები და სხვა. რომელთა გამოყენება გამოკითხულ მასწავლებეთა 92% არ იცის ან/და არ სარგებლობს.

დღეს, ინტერნეტ სივრცეში, სხვადასხვა ენაზე შექმნილია Online კონვერტორები, კალკულატორები, მათემატიკის სასწავლო რედაქტორები, კომპილატორები და სასწავლო სკოლები, რომელთა დახმარებით შესაძლებელია მათემატიკის და სხვა საგნების შესწავლა, როგორც ძირითადი თემატიკის ასევე გარკვეული განსხვავებული თემების. [65]

Online School - ონლაინ სკოლები შექმნილია როგორც სკოლი მოსწავლეების, მასწავლებლების და სტუდენტებისათვის, ასევე დაინტერესებული სხვადსხვა ასაკის მომხმარებლებისათვის. ასეთ საიტებზე შეიძლება ნახოთ: ონლაინ დავალებები - სავარჯიშოები, ამოცანები. ასევე კალკულატორები – გარკვეული პროგრამების ერთობლიობა, რომლებიც მომხმარებელს დაეხმარება სწრაფად შეასრულოთ მათემატიკური დავალებები. აქვეა განთავსებული ონლაინ სახელმძღვანელოები – მათემატიკის ძირითადი თეორიული მასალით და მაგალითებით.

§2.2 პრობლემურ-მოდულური დიდაქტიკის საფუძველზე მათემატიკური ცოდნის შეთვისების კომპიუტერული დიაგნოსტიკა

განათლების სისტემაში მიმდინარე რეფორმამ საგანმანათლებლო სივრცის სტრუქტურირების ცვლილების აუცილებლობა გამოიწვია. დღეისათვის ცნობილია, რომ სწავლებით დაინტერესებულ ადამიანები: მასწავლებლები, სტუდენტები, მოსწავლეები, დიასახლისები და სხვები ჩაერთვნენ სხვადსხვა სახის განათლების სისტემებში, როგორიცაა: ონლაინ კურსები, ტრენინგები, თვითგანათლება, საოჯახო განათლება და სხვა. [65]

მოსწავლეზე ორიენტირებული განათლების სისტემა მოსწავლეს, შესაძლებლობას აძლევს გააკეთოს თავისი არჩევანი, რომელიც მის განათლებაზე და უნარებზე იქნება დამოკიდებული. სწავლების სტრატეგია: ვიცი, მინდა ვისწავლო, მივაღწიო, საუკეთესო საშუალებაა სკოლის ასაკში მოსწავლის სხვადსხვა უნარების განვითარებისათვის.

2001 წელს გამოიცა ვარლამ ქელბაქიანის ავტორობით მათემატიკის სწავლების მეთოდიკა I ნაწილი, სადაც იგი არნიშნავდა, რომ სწავლების პრინციპები ეს არის ძირითად მოთხოვნათა სისტემა, რომელთა რეალიზაცია უზრუნველყოფს სწავლების პედაგოგიური პროცესის ეფექტურობასა და სასწავლო – აღმზრდელობითი ამოცანების წარმატებით გადაწყვეტას. [37]

პრაქტიკამ გვიჩვენა, რომ მასწავლებელი მაშინ აღწევს ეფექტს სწავლებაში, როცა იგი მოსწავლეებს უდგება ინდივიდუალურად და ითვალისწინებს მათ შესასძლებლობებს. აუცილებელია მოსწავლისგან მოითხოვოთ სასწავლო მასალის არა უწესრიგო, დაზეპირბულ და ზერელე ცოდნა, არამედ გადაცემული მასალის გაცნობიერებული და გააზრებული თავის დასკვნებითა და ანალიზით.

ცოდნის ათვიების მომენტში დიდი ყურადღება ექცევა თვალსაჩინოებას. იგი ერთ-ერთი ძირითად პრინციპია და ის უძველესი დროიდან მომდინარეობს. მას დიდი მნიშვნელობა აქვს როგორც სწავლებაში, ასევე აღზრდის პროცესში. თვალსაჩინოება აძლიერებს ინტერესს საგნისადმი, აადვილებს მასალის შეთვისების პროცესს და ხელს უწყობს ცოდნის განმტკიცებას.

ინფორმატიკის და მათემატიკის საგანთა სწავლების მეთოდიკიდან გამომდინარე, სწავლების დიდაქტიკური პრინციპები ქმნის ერთიან სისტემას, ესაა შეგნებულობის პრინციპი, რაც ხელს უწყობს ინდივიდის აქტივობის საფუძველზე ცოდნის შეგნებულად შეთვისების თავისებურებას.

სიტემატურობისა და თანმიმდევრობის დიდაქტიკური პრინციპი - გულისხმობს ასათვისებელი მასალის ლოგიკისა და სისტემის ღრმა გააზრებას, რაც ჩადებულია ასათვისებელ ცოდნაში. უფრო ზუსტად, იგი ნიშნავს ისეთი ლოგიკური კავშირის განხორციელებას, რომელიც უნდა არსებობდეს არა ცალკეულ თემაში, არამედ მათ საკითხთა შორისაც.

საგნის სწავლების დროს მასწავლებლებისაგან ვ. ქელბაქიანი მოითხოვდა სწავლების ისეთი წესების დაცვას, როგორიცაა: მარტივიდან რთულისაკენ, ადვილიდან ძნელისაკენ, კონკრეტულიდან – აბსტრაქტულისკენ, კერძოდან– ზოგადისკენ დიდაქტიკური პრინციპების დაცვას.

მათემატიკის სასწავლო მასალის გადაცემის დროს დაცული უნდა იყოს მისაწვდომობის პრინციპი რაც გულისხმობს, რომ ბავშვებს ერთბაშად არ უნდა მივაწოდოთ მხოლოდ ძნელი ან ადვილად შესათვისებელი მასალა, რადგანაც ასეთი უკიდურესობანი არღვევენ საგნის პროგრამით განსაზღვრული საკითხების თანმიმდევრობის, ლოგიკის წესს და გარკვეულ დაბრკოლებას ქმნიან სასწავლო პროცესში. რაც ამ თეორიის მიხედვით უნდა განხორციელდეს შემდეგი დიდაქტიკური წესები:

ა) სწავლება ვაწარმოოთ მარტივიდან რთულისაკენ;

ბ) მსუბუქიდან მძიმისაკენ;

გ) ცნობილიდან უცნობისაკენ.

სწავლის მისაწვდომობის დროს გათვალისწინებული უნდა იყოს ასაკობრივი და ინდივიდუალურ თავისებურება, რაც თავიდან აგვაცილებს სწავლების ზედმეტად გართულებას. სწავლა ყველათვის უნდა იყოს მისაწვდომი.

აუცილებელია სასწავლო პროგრამებისა და სახელმძღვანელოების ყოველწლიური გადამუშავება, კრიტიკული თვალით შეფასება და სიახლეებით შევსაება. დღეს ჩვენ ძველს ვასწავლით მომავლისთვის. [37]

ცოდნის სიმტკიცის პრინციპი - გულისხმობს, სასწავლო მასალის ისეთ მიწოდებას, რომ მოსწავლე მტკიცედ იმახსოვრებდეს და შემდეგ შესწევდეს უნარი თავისუფლად აღადგინოს მეხსიერებაში. ცოდნა არის საგნების განმსაზღვრელი ნიშნების მოვლენათა გამომწვევი კანონზომიერების ასახვა ადამიანის ცნობიერებაში; ეს არის საგნის, მოვლენის, პროცესის არა შემთხვევითი ნიშნების აღქმა, არამედ მათი უმნიშვნელოვანესი მხარის, არსის გაცნობიერება. [67]

ცოდნის საფუძველზე ყალიბდება უნარი, როდესაც მოსწავლე აცნობიერებს (მათემატიკურ, ფიზიკურ, ინფორმაციულ და სხვ.) კანონზომიერებებს, რომელთა მეოხებით მას შეუძლია ამოხსნას ამოცანა, გამართოს წინადადება და ა.შ. მაშასადამე მას ცოდნის მიღების შედეგად გარკვეული უნარი ჩამოუყალიბდა. მოსწავლე ასრულებს რა შეთავაზებულ პრაქტიკულ დავალებას, უსათუოდ იხსენებს, იმეორებს ახალშესწავლილ წესს, კანონს, თეორემას, ფორმულას, რათა შეცდომა არ დაუშვას. ასე ხდება გარკვეული დროის მანძილზე, უნართან მანამდე გვაქვს საქმე, სანამ მოსწავლე საჭიროდ თვლის თავისთვის გაიმეოროს (კვლავ წარმოქმნას) თეორიული, ცოდნა რომლის საფუძველზეც სრულდება დავალება [37, 43, 47, 48, 67].

უნარსა და ჩვევებს დიდი პრაქტიკული მნიშვნელობა აქვს, მათზე დამოკიდებული ადამიანის მომავალი საქმიანობის წარმატებას. მართალია უნარსა და ჩვევას გარკვეული ცოდნა წარმოშობს, მაგრამ ზოგჯერ ასეც არ ხდება, რადგან უნარ-ჩვევებში შეიძლება გადავიდეს ისეთი თეორიული ცოდნა რომელსაც ნათლად გამოხატული პრაქტიკული მნიშვნელობა აქვს, ერთსა და იმავე საგნებშიაც არის ამ მხრივ ხელსაყრელი და არახელსაყრელი ინფორმაციები, ასეთი შესაძლებლობა საკმაოდ არის მათემატიკაში, საბუნებისმეტყველო საგნებში, ენებსა და ტექნიკურ დისციპლინებში და თითქმის არ არის ისტორიაში, ლიტერატურის ისტორიაში, გეოგრაფიაში, ასტრონომიაში, საზოგადოებათმცოდნეობაში და სხვა[67].

დღეს ფართოდ გამოიყენება ინტერაქტიური სწავლება-სწავლა, რაც გულისხმობს თანამედროვე ჰუმანიზმის პრინციპებზე დამყარებული საგანმანათლებლო სისტემას. სწავლება-სწავლის აღნიშნული მიმართულება ითვალისწინებს მასწავლებლისა და მოსწავლის როლების შეცვლას, რაც გულისხმობს ავტორიტარული, მასწავლებელზე ორიენტირებული სასწავლო პროცესის შეცვლას

მოსწავლეზე ორიენტირებულით. ასევე, ინტერაქტიური სწავლება საჭიროებს გაკვეთილის პროცესში სწავლების ახალი სტრატეგიებისა და შეფასების ახალი ხერხების დანერგვას. შესაბამისად, სწავლების მიზანიც იცვლება. იგი ორიენტირებულია არა მარტო ცოდნაზე, არამედ უნარჩვევების გამომუშავებაზეც.

მოსწავლე ინტერაქტიური სწავლების პროცესის სუბიექტია. იგი სწავლება-სწავლის პროცესის აქტიური მონაწილეა. სწავლის საფუძველს მოსწავლის ინდივიდუალური გამოცდილება, არსებული ცოდნა და პიროვნული მონაცემები წარმოადგენს. სწავლება-სწავლის ეს ახალი მიდგომა ეფუძნება მნიშვნელოვან საგანმანათლებლო თეორიას - კონსტრუქტივიზმს, რაც გულისხმობს - მეცნიერულ მიღწევებზე დაფუძნებულ მოსწავლის სწავლების პროცესზე დაკვირვებას, რომლის მიხედვით სწავლის სუბიექტს შეუძლია მიღებული ინფორმაციის კონსტრუირება და მის გარშემო არსებული რეალური სამყაროს ინტერპრეტაცია. მისი ძირითადი მიზანია ძველი და ახლად შეძენილი ცოდნის შეჯერებით მოსწავლეებმა ისწავლონ ახალი ინფორმაციის მოპოვება, აზროვნება, ცოდნის კონსტრუირება და შენება (მისი ფუძემდებლები არიან ჟან პიაჟე და ლევ ვიგოტსკი).

სწავლა და სწავლება რთული გონებრივი შრომაა და იგი მოიცავს დიდაქტიკურ მიებებს, სწავლების პროცესში განსახორციელებელი ეტაპების დროში განაწილებას, მასწავლებლისა და მოსწავლის როლების ურთიერთ დამოკიდებულებას, მოსალოდნელი შედეგების განსაზღვრას.

თანამედროვე პედაგოგიკაში გამოიყენება შემდეგი სახის სწავლების მეთოდები: კონკრეტული დავალების შესწავლა, სასწავლო-კვლევითი საქმიანობა, სიტუაციური და როლური თამაშების ორგანიზება და დიალოგი - კომუნიკაცია.

დღეისათვის ტექნიკური სწავლების მეთოდები არ გულისხმობს სწავლების პროცესში მარტო სწავლების ტექნიკური საშუალებების გამოყენებას: კომპიტერს, ტელევიზორს, რადიოს, ვიდეოს და სხვ., არამედ იგი მოიცავს სასწავლო პროცესის კონსტრუირებას:

- შედეგზე ორიენტირებული კონკრეტული სასწავლო მიზნების დასახვას;
- დასახული მიზნების შესაბამისად, სასწავლო მასალების მომზადებასა და ორგანიზებას;
- სასწავლო პროცესში მიმდინარე შედეგების შეფასებას;

- საჭიროების შემთხვევაში, სწავლების პროცესის კორექციას;
- საბოლოო შედეგების შეფასებას.

როგორც ცნობილია, სწავლების დროს დიდაქტიკური მეთოდის გამოყენებით ხდება ინფორმაციის მიწოდება დიალოგის ფორმით. ამ შემთხვევაში მიზანი შეიძლება იყოს სხვადასხვა: მოსწავლეების ინფორმირება და მათი ცოდნის გამომჟღავნება და დახვეწა. დიდაქტიკური მეთოდით მიწოდებული ინფორმაცია უნდა იყოს ნათელი და პასუხობდეს შემდეგ კითხვებს: რა, რატომ და სად?[68]

პრობლემურ-მოდულური დიდაქტიკის საფუძველზე მათემატიკური ცოდნის შეთვისების კომპიუტერული დიაგნოსტიკა უნდა ასახავდეს ნათელ სასწავლო მიზნებს, მოსწავლეებმა უნდა იცოდნენ, როდის ითვლება მიზანი მიღწეულად. ასევე მასწავლებელს ცნების ასახსნელად მოჰყავს მაგალითები, ამყარებს კავშირს ახალ და ძველ ცნებებს შორის. ინფორმაციის გაცვლის პროცესში მოსწავლე და მასწავლებელი - ორივე მონაწილეობს და ერთად აგებს ახალ ცოდნას. აქვე მოყვანილი გვაქვს ამ მეთოდის გამოყენების მაგალითები გაკვეთილზე, მასწავლებელი:

- ხაზს უსვამს იმას, რაც, მისი აზრით, მნიშვნელოვანია მოცემულ მასალაში;
- გადასცემს ინფორმაციას, რათა წაახალისოს მოსწავლეთა აზროვნება მოცემულ საკითხებზე;
- საკუთარი მოსაზრებების გარდა, განიხილავს სხვების მოსაზრებებსაც;
- მოჰყავს მრავალი მაგალითი ახალი ცნების ახსნისას;
- იყენებს შესაბამის საკლასო აქტივობებს, როგორიცაა: სადემონსტრაციო ექსპერიმენტი, ელექტრონული სახელმძღვანელოსა ან დამატებითი მასალების გამოყენება და ყველა ის სასწავლო მასალა, რომლითაც მოსწავლეებმა უნდა ისწავლონ და განიმტკიცონ ახსნილი მასალა;
- სთხოვს მოსწავლეებს, რომ გაიხსენონ გაკვეთილის მთავარი საკითხები, ფაქტები, მოვლენები;
- სთხოვს მოსწავლეს, რომ თავისი სიტყვებით გადმოსცენ წაკითხული ან მოსმენილი ინფორმაცია თემის ირგვლივ.[69],

სწავლების პროცესის კვლევითი მიმართულება გულისხმობს ახალი ცოდნის კონსტრუირებას მოსწავლეთა უშუალო გამოცდილებაზე დაყრდნობით. თანამედროვე პედაგოგიკაში ეს მიდგომა დაკავშირებულია ე.წ. „თანამედროვე აღზრდის“ ევროპულ მიმართულებასა და ამერიკულ „პროგრესულ აღზრდასთან“. ორივე მიმართულება სწავლების პროცესს ბავშვის გამოცდილებაზე აგებს.

ეს მოდელი ორიენტირებული არ არის მარტო ახალი ცოდნის შეძენაზე, იგი ორიენტირებულია ასევე არსებული ძველი ცოდნის გადამუშავებაზეც. მასწავლებელმა დიალოგის, წარმოსახვის, მეტაფორების, ანალოგიების და სხვა ხერხების გამოყენებით უნდა წაახალისოს მოსწავლეები და ხელი შეუწყოს შემეცნებითი აზროვნების განითარებას.

ამგვარი სწავლების პროცესში მასწავლებელი ქმნის ისეთ სასწავლო გარემოს, რომელიც ხელს უწყობს მოსწავლეს დამოუკიდებლად ჩასწვდეს შესასწავლი ცნებების არსს და გადაჭრას დასახული პრობლემა. სწავლება-სწავლისადმი ასეთი მიდგომა ზრდის მოსწავლის დამოუკიდებლად სწავლის ხარისხს. მოსწავლე, უპირველეს ყოვლისა, გამოყოფს პრობლემას, შემდეგ ასახავს მისი გადაჭრის ალტერნატიულ გზებს, არსებული ინფორმაციის საფუძველზე იკვლევს მათ, აკეთებს არჩევანს და გამოაქვს დასკვნები. პარალელს ავლებს მიღებულ დასკვნებსა და ახალ მონაცემებს შორის.

კვლევითი სწავლების პროცესში სამი დონე გამოიყოფა:

I - დონე - პედაგოგი აყენებს შესასწავლი საკითხის პრობლემას და თავად უძღვება პრობლემის გადაჭრის პროცესს;

II - დონე - პედაგოგი აყენებს მხოლოდ გადასაჭრელ პრობლემას, გადაჭრის გზებსა და საშუალებებზე მუშაობენ მოსწავლეები;

III - დონე - მოსწავლეები აყენებენ პრობლემას და თავიდან ირჩევენ გადაჭრის გზებს.

კვლევითი, ძიებითი მიმართულება სასწავლო პროცესში, დაკავშირებულია კრიტიკული და შემოქმედებითი აზროვნების განვითარებასთან. [69]

კრიტიკულად და შემოქმედებითად მოაზროვნე ბავშვის აღსაზრდელად მასწავლებელმა საკლასო ოთახში უნდა შექმნას შემოქმედებითი სასწავლო გარემო, რისთვისაც საჭიროა შემდეგი მიზნის შესრულება:

1. მასწავლებელმა უნდა აღმოფხვრას შემოქმედებითი აზროვნების ხელისშემშლელი ყოველგვარი შინაგანი წინააღმდეგობა და სწავლება-სწავლა ისე უნდა წარმართოს, რომ მოსწავლეები განთავისუფლდნენ შებოჭილობისაგან და წარმოჩინონ საკუთარი შესაძლებლობის ძლიერი მხარეები;
2. დამოუკიდებელი აზროვნების განვითარებისას, დიდი ყურადღება უნდა დაეთმოს პრობლემის ირგვლივ თავისუფალ აზროვნებასა და მსჯელობას. რომლითაც ფასდება პიროვნების შემოქმედებითი მახასიათებლები.

ყოველივე ამის მიღწევა შესაძლებელია სწავლების ინოვაციური მეთოდების საშუალებით, რაც გულისხმობს ფანტაზიის, თავისუფალი წარმოსახვის გამოვლენას, რადგან იგი შემოქმედებითი აზროვნების საფუძველია. ეს არის ახლის შექმნის, წარმოდგენის, გარდასახვის რთული პროცესი. ყოველივე ეს კი, სტიმულს აძლევს და ავითარებს მხატვრული, შემოქმედებითი, ესთეტიკური და მეცნიერული საქმიანობის სურვილს.

გარკვეული მოსამზადებელი პერიოდის შემდეგ მოსწავლეებს უნდა მიეცეთ გონებრივი განთვირთვის საშუალება, წახალისდნენ ჯგუფური მუშაობისათვის. რისთვისაც ხშირად უნდა იქნეს შეთავაზებული „მოთელვითი“ სავარჯიშოები.

ამრიგად, შემოქმედებითი აზროვნებას ხელს უწყობს მოვლენების მიმართ შემოქმედებითი მიდგომის უნარის გაღვიძებას, მუშაობის პროცესში ორიგინალური, მხატვრული და საინტერესო იდეების გენერირებასა და მოვლენის შეფასებას ინდივიდუალურად. შემოქმედებითი აზროვნების ძირითადი მახასიათებელია შედეგი, რომელიც მიიღწევა შემოქმედებითი სასწავლო-შემეცნებითი პროცესის საშუალებით.

ინტერაქტიული სწავლება-სწავლის შემოქმედებითი აზროვნებასთან ერთად ავითარებს კრიტიკულ აზროვნებასაც. კრიტიკული აზროვნება არის მიზნის მიღწევისაკენ მიმართული პროცესი, რაც პრობლემის გადაჭრაზეა ორიენტირებული და, ამასთან, აზროვნების განსხვავებულ უნარებს მოიცავს. ესენია: ანალიზი, დასკვნის გამოტანა, ახსნა, ინტერპრეტირება, შედარება და თვითდამკვიდრება.

ზოგადი საგანმანათლებლო მიზნები მოსწავლეს უქმნის განვითარების ისეთ პირობებს, რომლის მიხედვით ისინი ხდებიან საზოგადოების სრულუფლებიანი

წევრები და მათ შეუძლიათ მთლიანად წარმოაჩინონ თავისი პოტენციური - ფიზიკური, სულიერი, ინტელექტუალური, უნარები;

ასევე მასწავლებელმა უნდა გამოუმუშავოს გარკვეული კომუნიკაციური უნარ-ჩვევები. ისეთები როგორიცაა: ზეპირი და წერითი მეტყველება, კითხვისა და წაკითხულის აღქმის უნარ-ჩვევები.

სასწავლო პროცესის წარმატებით წარმართვისათვის, აუცილებელია, შეფასების თანამედროვე ხერხების გამოყენება, რომელთა საშუალებითაც იზომება არა მარტო ცოდნა, არამედ შეძენილი უნარ-ჩვევებიც და აზროვნებაც. შემოწმება გულისხმობს მასწავლებლის მიერ მოსწავლეთა ცოდნის, უნარ-ჩვევებისა და აზროვენების შედეგების გაზომვასა და შეფასებას.

შემოწმების ერთ-ერთი სახეა მოსწავლეთა მოსწრების შესახებ ინფორმაციის შეგროვება. ეს ინფორმაცია მრავალმხრივი უნდა იყოს, რათა მასწავლებელმა შეძლოს მოსწავლეთა აკადემიური მოსწრების დონის შესახებ ობიექტური და ღირებული დასკვნის გამოტანა; ასევე, იმ მიზეზების დადგენა, რაც ხელს უშლის სასწავლო მიზნის მიღწევას.

შემოწმების კრიტერიუმები, სასურველია, შემუშავდეს მოსწავლეებთან ერთად. შემოწმებისას, არ უნდა დაგვავიწყდეს მოსწავლეთა შესაძლებლობების გათვალისწინება (დაბალი, მაღალი შესაძლებლობა), სწავლის სტილი და საჭიროებანი. მასწავლებელმა მოსწავლეებს საშუალება უნდა მისცეს, რომ მათ მაქსიმალურად გამოავლინონ თავიანთი ნიჭი, ცოდნა და უნარ-ჩვევები. [58, 70]

ჯერ კიდევ წინა საუკუნეში დიდაქტიკოსი მეცნიერები ცდილობდნენ ეპოვათ და მასწავლებლამდე მიეტანათ სწავლების ისეთი ახალი ხერხები და მეთოდები, რომელთა დახმარებითაც მოსწავლე, მასწავლებლის ნაკლები ჩარევით მეტს ისწავლიდა. ამის მისაღწევად კომენიუსი მოითხოვდა დიდაქტიკური აზროვნების შეცვლას, რაც იმას გულისხმობდა, რომ მხოლოდ სწავლების შინაარსი კი არ უნდა ყოფილიყო მასწავლებლის ყურადღების ცენტრში, არამედ იმ ხერხების და მეთოდების ძიება და პოვნაც, რომელთა მეშვეობითაც მოსწავლეები უფრო ადვილად და მეტი ხალისით აითვისებდნენ საგნის შინაარსს [71].

ეს იყო მაშინ და მას შემდეგ ბევრი რამ შეიცვალა, შემუშავდა, გამოიცადა და პრაქტიკაში დაინერგა უამრავი სასწავლო მეთოდი. ამ მეთოდების ეფექტიანობა

მნიშვნელოვანწილად იმაზეა დამოკიდებული, რამდენად ადეკვატურადაა იგი შევარჩეული.

ცნობილია, რომ „მეთოდი“ სხვადასხვა ვითარებაში სხვადასხვაგვარად აღიქმება, მაგრამ ნებისმიერ ვითარებაში იგი მაინც გულისხმობს მიზნის მისაღწევის გზების მოძიებას. სწავლების მეთოდი არის მასწავლებლის მიზანმიმართული ქმედება მოსწავლეებში შესაბამისი კომპეტენციის განსავითარებლად.

სწავლების მეთოდის შერჩევისას მასწავლებელმა უნდა განსაზღვროს გაკვეთილის მიზანი და სავარაუდო შედეგი - რა უნდა იცოდეს და რისი გაკეთება შეძლოს. სწორედ შედეგზეა დამოკიდებული როგორც სასწავლო კურსის შინაარსი, ასევე სწავლების მეთოდებიც.

ხშირად მასწავლებლებს უჭირთ აქტივობისა და მეთოდის ერთმანეთისგან გარჩევა. უნდა გვახსოვდეს, რომ აქტივობას დაესმის კითხვა: რას ვაკეთებ? მაგალითად, მასწავლებელი კლასთან ერთად შეიმუშავებს ჯგუფური მუშაობის წესებს. ხოლო ის, რასაც დაესმის კითხვა: როგორ ვაკეთებ? - მეთოდია, თუ რა დიდაქტიკური ხერხით განვახორციელებ ამ აქტივობას. მაგალითად, მასწავლებელი ჯგუფური მუშაობის წესებს შეიმუშავებს „გონებრივი იერიშის“, „ვენის დიაგრამით“ , „ჯიქსოუს მეთოდით“ ან სხა მეთოდით [72].

სწავლის შედეგების ჩამოყალიბებისას მასწავლებელმა უნდა გაითვალისწინოს ერთი რამ: მოსწავლეს მხოლოდ კონკრეტული საკითხის შესახებ ცოდნის მიღებაში კი არ დაეხმაროს, არამედ გამოუმუშაოს მას ზოგადი და ტრანსფერული უნარებიც (მაგალითად, კომუნიკაციისა, პრეზენტაციისა, თანამშრომლობისა და სხვ.). სასურველი შედეგის მიღწევაში კი მას ადეკვატურად შერჩეული სწავლების მეთოდები დაეხმარება [2, 36,71] .

დღეს დიდი ყურადღება ექცევა ელექტრონულ სწავლებას. ყალიბდება ელექტრონული სწავლების დიდაქტიკური კონცეფციაც, რაც არის სპეციალისტების ფართო სპექტრის ერთობლივი კვლევის საგანი. მასში მონაწილეობა უნდა მიიღონ პედაგოგებმა, მეთოდისტებმა, ფსიქოლოგებმა, ინფორმაციული ტექნოლოგიების სპეციალისტებმა, რომელთა კვლევისა და მონაცემთა შეჯერების შედეგად ჩამოყალიბდება ელექტრონული სწავლების ერთიანი სტანდარტები.

მეტად მნიშვნელოვანია სწავლებაში ელექტრონული სახელმძღვანელოებისა და დისტანციური სწავლების როლი, ასევე სასწავლო კურსებისა და სახელმძღვანელოების შექმნა. ელექტრონული სახელმძღვანელო წარმოადგენს კომპლექსური მნიშვნელობის სასწავლო პროგრამას, რომელიც უზრუნველყოფს სწავლების დიდაქტიკური პროცესის უწყვეტობასა და სისრულეს, გვაწვდის თეორიულ მასალასა და პრაქტიკულ სავარჯიშოებს, ახდენს მათემატიკურ და იმიტაციურ მოდელირებას და მიღებული ცოდნის კონტროლს. აქვს აგრეთვე საინფორმაციო – საძიებო ფუნქციაც. ელექტრონული სახელმძღვანელო შინაარსობრივად უნდა მოიცავდეს თემატურად დასრულებულ და სტრუქტურულად დალაგებულ სასწავლო მასალას. ელექტრონული სასწავლო – მეთოდური კომპლექსები მარტივი ფორმით უნდა ახორციელებდეს დამოუკიდებელი (ინდივიდუალური) სწავლებისათვის საჭირო სრული სასწავლო მასალის, მათ შორის პრაქტიკული და ტესტური დავალებების მოსწავლეთათვის მიწოდებას.

როგორც ცნობილია საგანმანათლებლო სისტემაში, მათემატიკა სწავლების პროცესში ცვლილებებს განიცდის. სწავლების თანამედროვე პროცესი ხასიათდება საინფორმაციო ტექნოლოგიების აქტუალური დანერგვით. აქედან გამომდინარე მათემატიკის სწავლების მეთოდური საფუძვლების შემუშავება კომპიუტერის გამოყენებით უნდა ეფუძვნებოდეს ალგორითმული პროგრამების, დიდაქტიკური მეთოდების ფართო გამოყენებას, რომელსაც შეუძლია მათემატიკური ამოცანების უნარ-ჩვევების ფორმირება.

პრობლემური-მოდულური ტექნოლოგიებს წამყვანი როლი აკისრია სასწავლო პროცესში. მისი ძირითადი მახასიათებელია სწრაფი რეაგირების უნარი და ადაპტირება, რათა შეიცვალოს სამეცნიერო, ტექნიკური და სოციალურ-ეკონომიკური პირობები. მოქნილობა, როგორც ძირითადი მახასიათებელი, იწვევს მათემატიკის პრობლემის მოდულის ყველა ძირითად კომპონენტს. აქედან გამომდინარე, აუცილებელია განასხვავონ სტრუქტურული, შინაარსობრივი და ტექნოლოგიური მოქნილობა.

სტრუქტურული მოქნილობა უზრუნველყოფს პუნქტების რაოდენობას, პრობლემის მოდულის სტრუქტურას და პრობლემური მოდულური პროგრამის

სტრუქტურულ ხასიათს, რათა მოხდეს სწავლების მოქნილი ალგორითმის შექმნის შესაძლებლობა [20, 21].

ტექნოლოგიური მოქნილობა უზრუნველყოფს პრობლემის მოდულის მათემატიკის ალგორითმების ასპექტს, მათ შორის სწავლების მეთოდების ცვალებადობას, მონიტორინგისა და შეფასების სისტემის მოქნილობას, რომელიც წარმოადგენს საგანმანათლებლო და შემეცნებითი საქმიანობის ინდივიდუალიზაციას. ამდენად, მოქნილობა განუყოფელ ხარისხად იქცევა, რომელიც წარმოიქმნება პრობლემის მოდულის სწავლების პირობების ინტეგრაციის შედეგად.

სასწავლო პროცესში პრობლის გადაწყვეტა შეიძლება გამოიწვეული იქნას შემდეგი ეტაპების მიხედვით:

1. მასწავლებლისთვის ელემენტარული პირობების შექმნა სკოლის კომპიუეტრულ ლაბორატორიაში;
2. მათემატიკის სწავლების დროს მოსწავლე კომპიუტერულ ტექნიკის საშუალებით იღებს სასურველი ცოდნის ხარისხს.

თუმცა, ასეთი პრობლემების გადაწყვეტა არის კომპლექსური პრობლემა, რომელიც მოიცავს სხვადასხვა მეცნიერებებს: ინფორმაციული თეორია, კომპიუტერული მეცნიერება და სხვა. თუმცა, პედაგოგიკის პრობლემა, როგორც ადამიანის ცოდნის ერთადერთი სფერო, განსაზღვრავს სასწავლო პროცესის ყველა კანონზომიერებას და სპეციფიკურ მახასიათებლებს, ასევე განსაზღვრავს მის გადაწყვეტას.

II თავის დასკვნები

1. გაანალიზებულია მათემატიკის სწავლებაში ალგორითმისა და მისი რეალიზების პროგრამული კოდის ძირითადი მეთოდური ფუნქციები და შესაძლებლობა.
2. შესწავლიალია სიტემატურობისა და თანმიმდევრობის დიდაქტიკური პრინციპი ასათვისებელი მასალის ლოგიკური კავშირის განხორციელებისას.

თავი III. მათემატიკის ამოცანების ამოხსნის ოპტიმალური ალგორითმები და მოდელები

§3.1 მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის ალგორითმები და მათი ჩაწერის მეთოდები

სიტყვა ალგორითმი მეთორმეტე საუკუნეში წარმოიშვა და მას შემდეგ მთელს მსოფლიოში გავრცელდა. მიზეზი ამ ახალი სიტყვის გავრცელებისა, იყო ცნობილი აღმოსავლელი მათემატიკოსის მუჰამედ ბენ-მუსა ალ-ხორიზმის წიგნი - რიცხვთა გარდაქმნის წესების შესახებ -„ქითაბ ალ-ჯებრ ვალ-მუკაბალა“ რაც ნიშნავს წიგნს ალ-ჯებრ-ის ოპერაციების შესახებ. ამ დროიდან მსოფლიოში გავრცელდა ორი ახალი სიტყვა „ალგებრა“ სიტყვა „ალ-ჯებრ“-ისგან და „ალგორითმი“ სიტყვა „ალ-ხორიზმი“-სგან [4, 13].

აღსანიშნავია, რომ ალგორითმის ცნებას უკავშირდებოდა მხოლოდ არითმეტიკული ოპერაციების { +, -, *, / } შესრულების წესს, ხოლო შემდეგ მისმა გაფართოვებამ ამ სიტყვის გამოყენების მნიშვნელობა გაზარდა და იგი სხვადასხვა სახის ამოცანების ამოხსნის საჭირო მნიშვნელობის ერთობრიობის - გავრცელებული ინსტრუქციაა.

მართალია წესების ნებისმიერი ერთობლიობა არ არის ალგორითმი. ამიტომ საჭიროა მისი მკაცრად დაზუსტებული განსაზღვრება შემოვიღოთ.

ალგორითმი არის იმ მოქმედებათა ერთობლიობის ზუსტი და სრული აღწერა, რომელთა მკაცრად განსაზღვრული თანმიმდევრობით შესრულება განსაზღვრავს - განაპირობებს დასმული ამოცანის ამოხსნას. [13]

რეალურ სამყაროში ადამიანებს ხშირად უხდებათ სხვადასხვა ალგორითმების გამოყენება ან შექმნა. მაგალითად: ქუჩაზე გადასვლის დროს, ტანსაცმლის ჩაცმისას და ა.შ.

ალგორითმი შეიძლება შეასრულოს ადამიანმა, ცხოველმა, ფრინველმა და კომპიუტერმა. მთავარია მისი გამოყენების დროს მკაცრად იქნას დაცული ცალკეული პუნქტების შესრულების თანმიმდევრობა. [13].

როგორც აღვნიშნეთ ალგორითმი უნდა აღიწეროს მკაცრად, ამიტომ აუცილებელია ალგორითმის ჩაწერის დროს გამოყენებელი იქნეს შემდეგი ხერხები:

1. ალგორითმის ჩაწერა ბუნებრივ ენაზე (გაშლილი სახით);
2. ცხრილის სახით - (ცალკეული მოქმედებები გამოიყოფა ფუნქციები და ინომრება);
3. ფორმულის სახით (მათემატიკური);
4. ბლოკ-სქემის სახით (გეომეტრიული ფიგურების დახმარებით);
5. გრაფიკის სახით (სიბრტყეზე xoy);
6. ალგორითმულ ენაზე (Pascal, C, C++, C#, Java და ა.შ.).

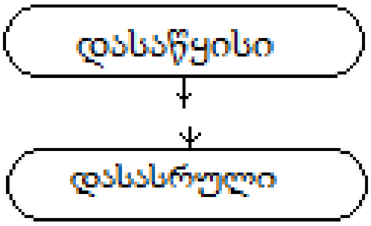
ალგორითმის ჩაწერისას ამ ხერხებიდან ყველა ხერხს აქვს თავისი დადებითი და უარყოფითი მხარე.

- ბუნებრივ ენაზე სრულიად შეიძლება აღიწეროს ალგორითმი, მაგრამ მას დიდი ტექსტური მოცულობა ექნება (ბუნებრივი ენის ფარგლებში).
- ცხრილის სახით ჩაწერისას თითოეული პუნქტის შესრულებისას შემოაქვთ ცვლადები და აღნიშვნები, მაგალითად ასეთი. a←x+4 აქ a სიდიდეს (ცვლადს) მიენიჭება x+4 გამოსახულების მნიშვნელობა.

სიმბოლო „←" ჰორიზონტალური ისარი მარჯვნივ მიმართული ნიშნავს მინიჭების ოპერაციას, მინიჭების ოპერაცია ალგორითმულ სხვადსხვა ენებში გამოიყენება სხვადსხვა სიმბოლო, მაგალითად „=" ტოლობის ნიშანი (C და სხვა ენებში), „:=" „ორი წერტილი და ტოლობა" (მინიჭების ოპერაცია Pascal ენაში). ალგორითმის ჩაწერის ყველაზე ფართოდ გავრცელებული სახეა ბლოკ-სქემა.[13]

ბლოკ-სქემა არის გეომეტრიული ფიგურების ისეთი ტოპოლოგიური განლაგება, რომელთა თანმიმდევრული შესრულება განსაზღვრავს დასმული ამოცანის ამოხსნას, იგულისხმება მათი წინასწარი განსაზღვრება.

ამოცანის ამოხსნის ალგორითმი ბლოკ-სქემის სახით ჩაწერის დროს გამოიყენება შემდეგი გეომეტრიული ფიგურები:

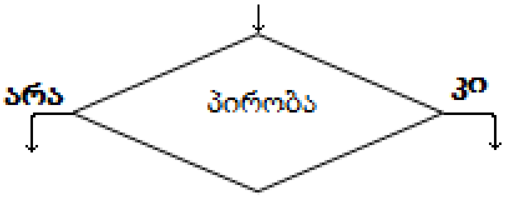


ნახ. №1

ოვალი - დაწყება დამთავრების ბლოკი, რომელშიც იწერება: დასაწყისი - Begin; დასასრული - end;

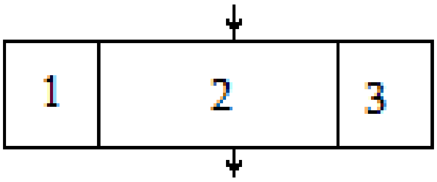
ნახ. №2

მართკუთხედი - მოქმედების ბლოკი. რომელშიც იწერება მოქმედება: მაგ: $x \leftarrow x + 8$, ხშირად მას უწოდებენ არითმეტიკულ გამოთვლით ბლოკს.



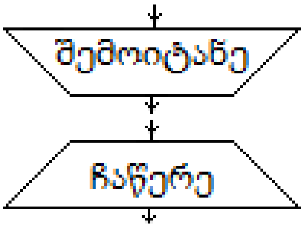
ნახ. №3

რომბი - პირობის არჩევის ბლოკი. გამოიყენება ალგორითმის მიმართულების ასარჩევად. თუ ბლოკში მოთავსებული „პირობა“ ჭეშმარიტია, მაშინ პროცესი გაგრძელდება „კი“ მიმართულებით, ხოლო თუ მცდარია „არა“ მიმართულებით. (if <პირობა > then <სერია 1> else <სერია 2>)



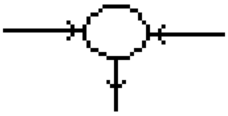
ნახ. №4

მართკუთხედი სამი განყოფილებით - დამხმარე ალგორითმის ბლოკი. ეს არის ბლოკი რომელიც სხვა ალგორითმის აგებისას გამოიყენება (Procedure, Function, Gosub) 2 - დამხმარე ალგორითმის სახელი; 1 - შესატანი ცვლადის სახელი (საწყისი სიდიდე); 3 - გამოსატანი ცვლადის სახელი (შესრულების შედეგი). ეს მიუთითებს იმას, რომ დამხმარე ალგორითმს მთლიანად აღწერა არაა აუცილებელი, მის ნაცვლად გამოიყენება ეს ბლოკი, რომელიც არის „წინასწარ განსაზღვრული პროცესი“



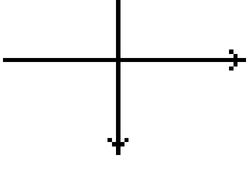
ნახ. №5

ტოლფერდა ტრაპეცია (მცირე ფუძით ქვემოთ) - ინფორმაციის შეტნის ბლოკი (Input, read, scanf, cin). ტოლფერდა ტრაპეცია (მცირე ფუძით ზემოთ) - ინფორმაციის გამოტანის ბლოკი (Output, Write, Print, cut). ეს ბლოკები გამოიყენება ცვლადის მნიშვნელობის შეტანა-გამოტანისათვის, თუმცა არსებობს სხვა ამ თვისების მატარებელი ბლოკები (ფაილში ჩასაწერად, წასაკითხად და სხვ).



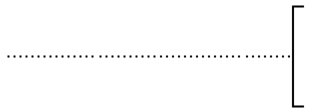
ნახ. №6

პატარა წრე - შეერთების ბლოკი - გამოიყენება ორი (ან მეტი) ისრების შეერთების დროს.



ნახ. №7

მიმმართველი ისრები - გამოიყენება ალგორითმების მიმართულებების მისათითებლად.



ნახ. №8

კვადრატული ფრჩხილი წყვეტილი ხაზით - გამოიყენება ალგორითმში კომენტარის მისათითებლად.

ალგორითმის ბლოკ-სქემაში: ნახ. №2, ნახ. №3, ნახ. №4, და ნახ. №5 შემსრულებელ ბლოკებს უწოდებენ [13].

განათლების სისტემაში მიმდინარე რეფორმამ ძირფესვიანდ შეცვალა საჯარო სკოლებსა და უმაღლეს სასწავლებლებში საგანთა სწავლების თემატიკა, ხარისხი და მოთხოვნები.

განსაკუთრებით ყურადღება გამახვილდა კომპიუტერული ტექნოლოგიების გამოყენების მეთოდების სწავლება განათლების სფეროში [40,41].

სკოლის მათემატიკის საწავლო პროგრამებში შეტანილია ისეთი მათემატიკური თემები, რომელებსაც რეფორმამდე სათანადო ყურადღება არ ექცეოდა, ესენია: ნაშთთა თეორია, გრაფთა თეორია, ალბათობა და ალგორითმები.

აღნიშნული თემები საინტერესოა, მაგრამ რთულია სასწავლებლად, რადგან მათემატიკის მასწავლებელთა დიდ ნაწილის უმაღლეს სასწავლებლებში სწავლის პერიოდში არ უსწავლიათ და ახლა უჭირთ მისი შესწავლა და შემდეგ გადაცემა. აღნიშნული თემებიდან ჩვენ შემოგთავაზებთ ალგორიმების აგებასა და ნაშთთა თეორიის საკითხს, რომელიც სასწავლო სახელმძღვანელოებში არ არის სათანადოდ განხილული და სწავლის პერიოდში იწვევს გარკვეულ უკმარისობის შეგრძნებას.

ნაშთთა თეორია. აღსანიშნავია, რომ გერმანელმა მათემატიკოსმა კარლ-ფრიდლიხ გაუსმა 1801 წელს ლათინურ ენაზე გამოაქვეყნა წიგნი „არითმეტიკული გამოკვლევები", სადაც, მან პირველმა გამოიყენა „შედარების" ცნება და საფუძველი ჩაუყარა ახალ „შედარების ზოგად თეორიას" – ნაშთთა თეორიას. გაუსმა შედარებისათვის გამოყენა სპეციალური სიმბოლო „ ≡ " სამი ტოლი პარალელური ჰორიზონტალური ხაზი და შედარების მოდულუს - modules ლათინური სიტყვაა, რაც ქართულად ნიშნავს „ზომა"-ს [32].

დაუშვათ, მოცემულია ორი რიცხვი 8 და 15. ისმის კითხვა - რა საერთო თვისებები შეიძლება ჰქონდეთ ამ ორ რიცხვს? ცხადია, მათ შორის შეიძლება არავითარი საერთო თვისებები არ არსებობდეს ან შეიძლება ძალიან ბევრიც არსებობდეს, ჩვენი მიზანია აღმოვაჩინოთ ისინი. ამისათვის უნდა მოვიფიქროთ შედარების ის თვისებები ან კრიტერიუმები, რაც ორივე რიცხვს ერთდროულად გააჩნიათ. ჩვენს შემთხვევაში ორივე რიცხვი 7 გაყოფისას ნაშთს იძლევა 1-ს. ე.ი. $8=7\cdot1+1$ და $15=2\cdot7+1$ ამ შემთხვევაში 8 და 15 შეიძლება შევადაროთ ერთმანეთს 7-ის მოდულით, რაც ჩაიწერება ასე: $15 \equiv 8 \pmod 7$ და იკითხება ასე: „15 სადარია 8-ის შვიდის მოდულით". როგორც ვხედავთ, ასეთი წესით შეგვიძლია ერთმანეთს შევადაროთ სხვადასხვა ნატურალური ან მთელი რიცხვები, მაგალითად:

$19 \equiv 1 \pmod 6$ $\quad$ $13 \equiv 5 \pmod 8$

$22 \equiv 15 \pmod 7$ $\quad$ $200 \equiv 5 \pmod 3$

$16 \equiv 8 \pmod 4$ $\quad$ $37 \equiv 7 \pmod{10}$ და ა.შ.

ზოგადად $\quad a \equiv b \pmod m$

თეორემა: ვიტყვით, რომ a სადარია b -სი მოდულით m -ით, თუ a-b უნაშთოდ იყოფა m-ზე.

დასამტკიცებლად დავუშვათ, რომ $a=mc+r$ და $b=md+r$, სადაც $r<m$ მაშინ $a-b=(mc+r)-(md+r)=m(c-d)$ ეს კი უნაშთოდ იყოფა m-ზე. ე.ი. a-b მთელი რიცხვი იყოფა m უნაშთოდ ან a და b რიცხვებს აქვთ ტოლი ნაშთები m -ზე გაყოფისას.

მაგალითად: $10 \equiv 3 \pmod 7$, მაშინ $10-3 =7 ¦ 7$ {7 იყოფა 7-ზე}

$21 \equiv 13 \pmod 4$, მაშინ $21-13=8 ¦ 4$ {8 იყოფა 4-ზე}

$23 \equiv 19 \equiv 15 \equiv 11 \equiv 7 \equiv 3 \pmod 4$ აქ ყველა რიცხვის 4-ზე გაყოფისას მიიღება ნაშთი 3.

აღნიშვნა 10-3=7 ¦ 7 ასე გამოითქმება: „ათი მინუს სამი არის შვიდი, შვიდი კი იყოფა შვიდზე უნაშთოდ" (აღნიშვნები: „ ¦ ", „ : ", „ |" სხვადასხვა ლიტერატურაში სხვადსხვაა, მაგრამ ყველა ერთი და იგივე აზრით გაიგება).

სადარი რიხცების შევკრიბის დროს იკრიბება შესაბამისი მხარეები მოდულის მნიშვნელობის შეუცვლელად.

$$\begin{array}{l} 10 \equiv 3 \pmod 7 \\ +\underline{12 \equiv 5 \pmod 7} \\ 22 \equiv 8 \pmod 7 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 13 \equiv 3 \pmod{10} \\ +\underline{91 \equiv 1 \pmod{10}} \\ 94 \equiv 4 \pmod{10} \end{array}$$

პირველ მაგალითში 22-8=14⁝7. 14 იყოფა 7-ზე უნაშთოდ, ხოლო მეორე მაგალითში 94-4=90 ⁝ 10. 90 იყოფა 10-ზე უნაშთოდ.

ზოგადად:

$a \equiv b(\text{mod } m)$, რაც ნიშნავს $(a-b) ¦ m$, a-b იყოფა m-ზე

$+\underline{c \equiv d(\text{mod } m)}$, ... $(c-d) ¦ m$, c-d იყოფა m-ზე

$a+c \equiv (b+d)(\text{mod } m)$, ... $(a+c-b-d) ¦ m$, (a-b +c-d) იყოფა m-ზე

სადარი რიხცები გამრავლების დროს მრავლდება შესაბამისი მხარეები მოდულის მნიშვნელობის შეუცვლელად.

$10 \equiv 3 \ (\text{mod } 7)$

$\underline{^{x}\ 12 \equiv 5 \ (\text{mod } 7)}$

$120 \equiv 15 \ (\text{mod } 7)$ ანუ 120-15=105 იყოფა 7-ზე უნაშთოდ

ზოგადად $a \equiv b \ (\text{mod } m)$

$\underline{^{x}c \equiv d \ (\text{mod } m)}$

$a \cdot c \equiv b \cdot d \ (\text{mod } m)$ ანუ $a \cdot c - b \cdot d$ იყოფა m

ამოცანა №1: იპოვეთ მოცემული 2005+2006+2007+2008+2009+2010 გამოსახულების ჯამის შვიდზე განაყოფისას მიღებული ნაშთი:

ამოხსნა: გამოსახულების თითოეული წევრი წარმოვადგინოთ შემდეგი სახით:

2005=286•7+3 ანუ $2005 \equiv 3 \ (\text{mod } 7)$

2006=286•7+4 ანუ $2006 \equiv 4 \ (\text{mod } 7)$

2007=286•7+5 ანუ $2007 \equiv 5 \ (\text{mod } 7)$

2008=286•7+6 ანუ $2008 \equiv 6 \ (\text{mod } 7)$

2009=287•7+0 ანუ $2009 \equiv 0 \ (\text{mod } 7)$

2010=287•7+3 ანუ $2010 \equiv 1 \ (\text{mod } 7)$

აქედან მივიღებთ, რომ:

$$2005+2006+2007+2008+2009+2010 \equiv 3+4+5+6+0+1 \ (\text{mod}7) = 19 \ (\text{mod}7) \equiv 5 \ (\text{mod}7)$$

პასუხი: მოცემული გამოსახულების შვიდზე განაყოფის ნაშთი არის 5.

ამოცანა №2: იპოვეთ შემდეგი გამოსახულების 11-ზე განაყოფის ნაშთი:

2007•2008•2009•2010•2011

ამოხსნა: ნამრავლის თითოეული წევრი წარმოვადგინოთ შემდეგი სახით:

$2007 = 182 \cdot 11 + 5 \equiv 5 \ (\text{mod } 11)$

$2008 = 182 \cdot 11 + 6 \equiv 6 \ (\text{mod } 11)$

$2009 = 182\cdot 11+7 \equiv 7 \pmod{11}$

$2010 = 182\cdot 11+8 \equiv 8 \pmod{11}$

$2011 = 182\cdot 11+9 \equiv 9 \pmod{11}$

$2007\cdot 2008\cdot 2009\cdot 2010\cdot 2011=5\cdot 6\cdot 7\cdot 8\cdot 9 \pmod{11} =1374*11+6 \equiv 6 \pmod{11}$

პასუხი: მოცემული გამოსახულების 11-ზე განაყოფის ნაშთი არის 6.

ნაშთთა თეორიაში საინტერესო საკითხს წარმოადგენს ახარისხების რაიმე რიცხვზე გაყოფისას მიღებული ნაშთის პოვნა. განვიხილოთ სხვადასვა რიცხვების 10-ზე გაყოფისას მიღებულ ნაშთები:

ცნობილია, რომ $1^k=1$, k -ს ნებისმიერი მნიშვნელობისათვის, ასევე შეიძლება ითქვას რიცხვი რომელიც ბოლვდება 0, 5 ან 6 ეს რიცხვი აყვანილი ნებისმიერ k ხარისხში ($k\in N$) დაბოლოვდება 0, 5 ან 6 ციფრით, ხოლო დანარჩენი რიცხვები რომლებიც ბოლოვდებიან 2-ით, 3-ით, 4-ით, 7-ით, 8-ით, 9-ით იცვლიან რიცხვის ბოლო ციფრის (ერთეულის) მნიშვნელობებს შესაბამისი ხარისხის მაჩვენებლის სიდიდის მიხედვით.

მაგალითად: $2^0=1$, $2^1=2$, $2^2=4$, $2^3=8$, $2^4=16$, $2^5=32$, $2^6=64$, $2^7=128$, $2^8=256$, $2^9=512$ და ა.შ. ზოგადად ყველა შესაძლო ვარიანტი ხარისხის მაჩვენებლის მიხედვით შეიძლება დავყოთ ოთხ ხარისხად: 4k, 4k+1, 4k+2 და 4k+3, სადაც k ეკუთვნის ნატურალურ რიცხთა სიმრავლეს.

$2^{4k} \equiv 6 \pmod{10}$ $\quad$ $3^{4k} \equiv 1 \pmod{10}$ $\quad$ $4^{4k} \equiv 6 \pmod{10}$

$2^{4k+1} \equiv 2 \pmod{10}$ $\quad$ $3^{4k+1} \equiv 3 \pmod{10}$ $\quad$ $4^{4k+1} \equiv 4 \pmod{10}$

$2^{4k+2} \equiv 4 \pmod{10}$ $\quad$ $3^{4k+2} \equiv 9 \pmod{10}$ $\quad$ $4^{4k+2} \equiv 6 \pmod{10}$

$2^{4k+3} \equiv 8 \pmod{10}$ $\quad$ $3^{4k+3} \equiv 7 \pmod{10}$ $\quad$ $4^{4k+3} \equiv 4 \pmod{10}$

$7^{4k} \equiv 1 \pmod{10}$ $\quad$ $8^{4k} \equiv 6 \pmod{10}$ $\quad$ $9^{4k} \equiv 1 \pmod{10}$

$7^{4k+1} \equiv 7 \pmod{10}$ $\quad$ $8^{4k+1} \equiv 8 \pmod{10}$ $\quad$ $9^{4k+1} \equiv 9 \pmod{10}$

$7^{4k+2} \equiv 9 \pmod{10}$ $\quad$ $8^{4k+2} \equiv 4 \pmod{10}$ $\quad$ $9^{4k+2} \equiv 1 \pmod{10}$

$7^{4k+3} \equiv 3 \pmod{10}$ $\quad$ $8^{4k+3} \equiv 2 \pmod{10}$ $\quad$ $9^{4k+3} \equiv 9 \pmod{10}$

აღნიშნული ხარისხები ექვემდებარება გარკვეულ კანონზომიერებას: რიცხვები რომლებიც ბოლოვდებიან 2, 3, 7 და 8 მათი ხარისხების ბოლო ციფრები მეორდებიან ყოველი ოთხი ბიჯის შემდეგ, ხოლო რიცხვები რომლებიც ბოლოვდებიან 4 და 9

ციფრებით მათი ხარისხების ბოლო ციფრები იცვლება ხარისხის ლუწ-კენტობის მნიშვნელობის მიხედვით [32].

	A	B	C	D
1–3	ხარისხის ფუძე	ხარისხის მაჩვენებელი k=1	ხარისხის მნიშვნელობა	ხარისხის მნიშვნელობის ბოლო ციფრი
4	3	4k	81	1
5		4k+1	243	3
6		4k+2	729	9
7		4k+3	2187	7

ცხრილი №1

ხარისხის მნიშვნელობის გამოსათვლელად შევადგინეთ Excel მარტივი პროგრამა (ცხრილი№1), სადაც A4, A5, A6, A7 უჯრები ერთ უჯრად არის გაერთიანებული და ამ გაერთიანებულ „დიდ” უჯრაში იწერება ხარისხში ასაყვანი რიცხვის ფუძე. B4, B5, B6, B7 უჯრებში მითითებულია რიცხვის ხარისხის მაჩვენებელი ზოგადად როდესაც k=1. ხოლო C4, C5, C6, C7 უჯრებში შესაბამისად ჩასმულია ფუნქციები.

C4 → =A4*A4*A4*A4

C5 → =C4*A4

C6 → =C5*A4

C7 → =C6*A4

რაც შეეხება D4, D5, D6, D7 უჯრებს, თითოეულში ჩაწერილია მოდულის გამოთვლის ფუნქცია.

D4 → =MOD(C4,10)

D5 → =MOD(C5,10)

D6 → =MOD(C6,10)

D7 → =MOD(C7,10)

რომელიც იძლევა C სვეტში მოთავსებული რიცხვების ბოლო ციფრის მნიშვნელობას. უნდა აღინიშნოს, რომ C4 უჯრაში Excel პროგრამის ფუნქციის დახმარებით ახარისხება უნდა გამოითვალოს =EXP(4* ln (A3)) ფორმულით, მაგრამ ეს ფორმულა იძლევა ნამდვილ რიცხვის მნიშვნელობას მოძრავ მძიმიან ფორმატში, რაც იწვევს განსხვავებას ძალიან მცირედით, მაგრამ არა სასურველს.

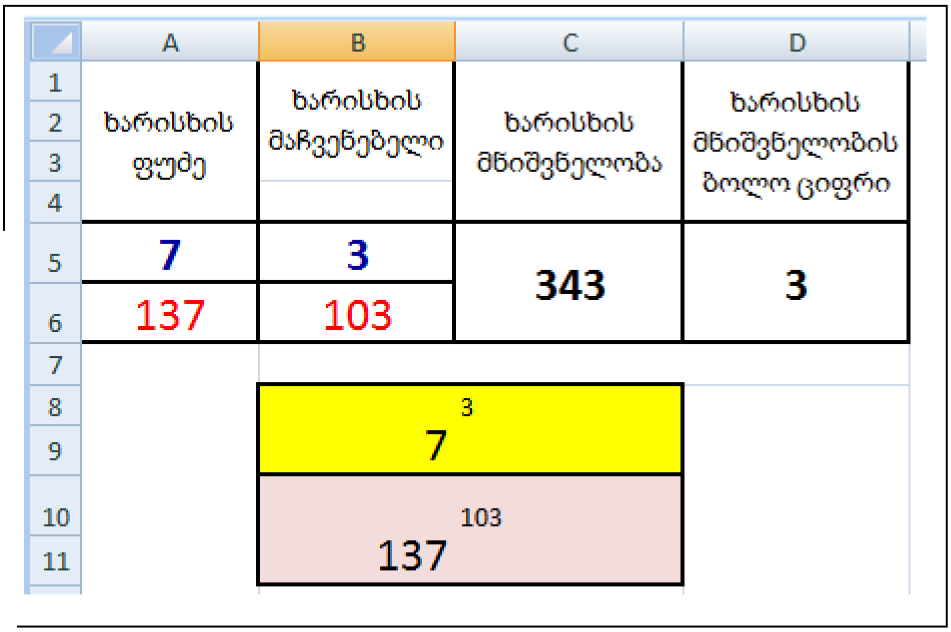
ამოცანა №3. დაადგინეთ რა ციფრით ბოლოვდება რიცხვი 137^{103}?

ამოხსნისას ვისარგებლოთ ზემოთ აღწერილი ფორმულებით:

$137 \equiv 7 \pmod{10}$, $137^{103} \equiv 7^{25*4+3} \equiv 3 \pmod{10}$

ეს ამოცანა Excel პროგრამის დახმარებით შეიძლება ასე ამოვხსნათ:

რიცხვის ხარისხის ფუძე იწერება A6, ხოლო ხარისხის მაჩვენებელი B6 უჯრაში. Ecxel პროგრამის ძირითადი ფორმულების გამოყენებით შეგვიძლია ეს ცხრილი ასე გარდავქმნათ A5 უჯრაში ჩავწეროთ „=MOD(A6; 10)" ფორმულა, რაც ნიშნავს A6 უჯრაში მოთავსებული რიცხვი ნაშთად გაყავი 10-ზე და მიღებული შედეგი ჩაწერე ამ უჯრაში, ანალოგიურად B5 უჯრაში ვწერთ ფორმულას „ =MOD(B6; 10)" რომელიც B6 უჯრაში მოთავსებულ რიცხვს ნაშთად ყოფს 10-ზე და მიღებულ მნიშვნელობას წერს ამავე უჯრაში. C5 და C6 უჯრები გაერთიანებულია და შიგ იწერება ახარისხების შედეგად მიღებული მნიშვნელობა A5 უჯრაში მოთავსებული რიცხვი აყვანილი B5 უჯრაში მოთავსებულ რიცხვის ხარისხზე. D5 და D6 უჯრები გაერთიანებულია და შიგ იწერება ხარისხის მნიშვნელობის ბოლო ციფრი.



	A	B	C	D
1–4	ხარისხის ფუძე	ხარისხის მაჩვენებელი	ხარისხის მნიშვნელობა	ხარისხის მნიშვნელობის ბოლო ციფრი
5	7	3	343	3
6	137	103		
8–9		7^{3}		
10–11		137^{103}		

ცხრილი №2

ცხრილი №2-ის ბოლოში მოთავსებულია ორი უჯრა, ერთში იწერება რიცხვი ბუნებრივი სახით, ხოლო მეორეში უკვე გარდაქმნილი სახით. მომხმარებელმა ხარისხის ფუძე უნდა შეიტანოს A5 უჯრაში, ხოლო ხარისხის მაჩვენებლის

მნიშვნელობა B6 უჯრაში. დანარჩენს ექსელი თვითონ აკეთებს. ეს ალგორითმი იმით ჯობია, სხვა უფრო პროფესიონალურ პროგრამებს, რომ კომპიუტერი ყველა სკოლაშია და ეს Ecxel პროგრამა (ან მისი მგზავსი) ყველგანაა დაისტალირებული. ასევე ამ მარტივი ალგორითმის დაყენება და გამართვა ყველა მათემატიკის მასწავლებელს და გათვითცნობიერებულ მოსწავლეებსაც შეუძლიათ.

ცხრილი №3

ცხრილი №3	ფუძე a=									
ხარისხი	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
4k	1	6	1	6	5	6	1	6	1	0
4k+1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
4k+2	1	4	9	6	5	6	9	4	1	0
4k+3	1	8	7	4	5	6	3	2	9	0

გარკვეული კვლევებისა და ექსპერიმენტების შემდეგ საბოლოოდ შევადგინეთ სპეციალური ცხრილი №3, რომელიც საშუალებას იძლევა ნებისმიერი რიცხვის ნებისმიერ ხარისხში აყვანის დროს დავადგინოთ (ათზე ნაშთად გაყოფისას) მიღებული ბოლო ციფრის მნიშვნელობა.

ეს ცხრილები ფუნქციურად გამართულია Excel პროგრამაში და საშუალებას იძლევიან დაადგინონ ხარისხის ბოლო ციფრის მნიშვნელობა გარკვეული სიდიდის რიცხვებისათვის. [53, 54].

ევკლიდეს ალგორითმი.

ამოცანა №4. იპოვეთ ორი რიცხვის უდიდესი საერთო გამყოფი - უსგ(a,b).

ამოხსნა: უდიდესი საერთო გამყოფის პოვნის ალგორითმის ერთ-ერთ საინტერესო და აუცილებელ ამოცანას წარმოადგენს, რადგან მისი ცოდნა მოსწავლეს უნვითარებს მათემატიკურ და ლოგიკურ აზროვნებას და ხელს უწყობს სხვა ამოცანების ამოხსნაში.

უსგ პოვნის რამდენიმე ალგორითმი არსებობს, მათგან ჩვენ განვიხილავთ სამი ტიპის ალგორითმს, რომელიც გავრცელებულია მათემატიკის და ინფორმატიკის სასწავლო პროგრამებში [15, 22, 23], ესენია:

1. სიმრავლეთა თანაკვეთის მეთოდი;
2. მარტივ მამრავლებად დაშლის მეთოდი;
3. ევკლიდეს ალგორითმი.

სიმრავლეთა თანაკვეთის მეთოდი გულისხმობს a და b მთელი რიცხვების გამყოფთა სიმრავლეების თანაკვეთით მიღებული სიმრავლის ელემენტებიდან უდიდესი რიცხვის გამოყოფას, რამაც სახელწოდება ,,უსგ“ სწორედ აქედან მიიღო.

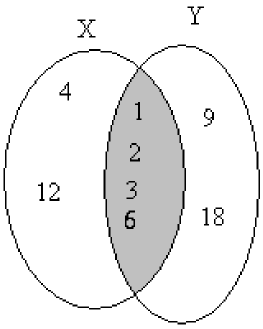
მაგალითად, ვიპოვოთ უსგ (12,18). შესაბამისად X-ით აღვნიშნოთ 12-ის გამყოფთა სიმრავლე, ხოლო Y-ით 18-ის გამყოფთა სიმრავლე, მაშინ გვექნება :

$$X(12)=\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

$$Y(18)=\{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$$

ხოლო უსგ (12,18) = $Max(X \cap Y)= Max(\{1, 2, 3, 6\}) = 6$

საერთო გამყოფებს შორის უდიდესს, უდიდესი საერთო გამყოფი ეწოდება.



ნახ. №9

მარტივ მამრავლებად დაშლის მეთოდში - საჭიროა a და b მთელი რიცხვები წარმოვადგინოთ მარტივ მამრავლების ნამრავლის სახით და შემდეგ ორივეს დაშლიდან ავირჩიოთ ის მარტივი რიცხვების ნამრავლი, რომელიც ორივეს დაშლაში ერთდროულად შედის

მაგალითად:

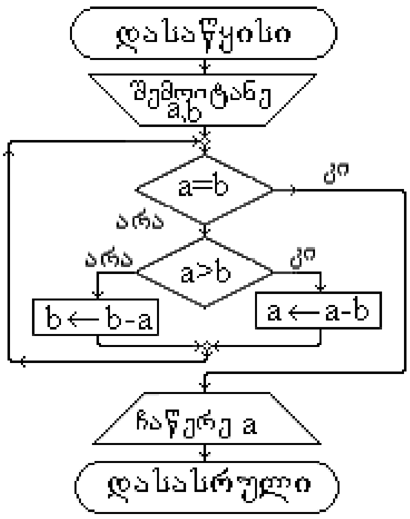
12	2	18	2
6	2	9	3
3	3	3	3
1		1	

აქედან მივიღებთ უსგ (12,18) = 2·3 = 6

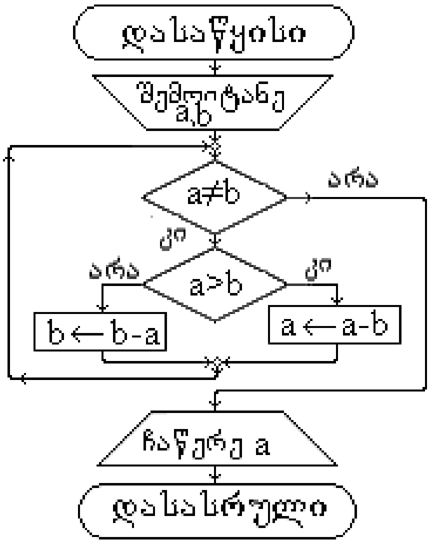
ევკლიდეს ალგორითმის დროს a და b რიცხვები შევადაროთ ერთმანეთს, თუ ისინი ტოლია ჩავწეროთ უსგ(a,b)=a და პროცესი დავამთავროთ, წინააღმდეგ შემთხვევაში ისინი კვლავ შევადაროთ ერთმანეთს და თუ a>b მაშინ a=a-b, თუ არა და b=b-a და ზემოთ აღწერილი პროცესი კვლავ გავიმეოროთ. აღნიშნული ალგორითმი ტექსტური სახით ჩაიწერება [4, 18, 21,28] ასე:

1. შემოიტანე a, b;
2. თუ a=b მაშინ ჩაწერე (უსგ(a,b)=a) და დაამთავრე; თუ არა გადადი 3-ზე;
3. თუ a>b მაშინ a=a-b თუ არადა b=b-a;
4. გადადი 2;

შესაბამის ევკლიდეს ალგორითმის ბლოკ-სქემას ექნება სახე



ნახ. №10



ნახ. №11

ნახ. №11 - ბლოკ-სქემით მოცემული ალგორითმი C ენაში ჩაიწერება ასე:

```
#include <stdio.h>                  // ევკლიდეს ალგორითმი
         main()
      {   int a, b ;                   // თუ  a=12 და b=18;
            printf(“ a=  “);   scanf(“ %d”, &a);
             printf(“ b= “);    scanf(“ %d”, &b);
         while (a!=b) do {
                  if (a>b)
                     a:=a-b;
```

```
                    else b:=b-a;
                   }
         printf(" USG =   %d", a);
      return 0;
     }
```

შენიშვნა: განხილული სამი მეთოდიდან ყველაზე უკეთესი და ადვილი არის III ევკლიდეს ალგორითმი, რადგან I მეთოდის დროს თუ რიცხვი საკმაოდ დიდია, მაშინ მისი ყველა გამყოფის პოვნა ძნელია, რადგან მათთვის უნდა შედგეს სპეციალური გამყოფების პოვნის ალგორითმი და შემდეგ მოიძებნოს საერთო გამყოფები, საიდანაც არჩეული იქნება უდიდესი რიცხვი.

II მეთოდში, უნდა მოიძებნოს მარტივი რიცხვების სიმრავლე, მცირე a (ან b) რიცხვამდე და შემდეგ შემოწმდეს იყოფა თუ არა მოცემული a და b რიცხვები მოცემულ მარტივ რიცხვზე, თუ იყოფა უნდა შემოწმდეს რამდენჯერმე, შემდეგ დავიმახსოვროთ და გადავიდეთ შემდეგ მარტივ რიცხვზე, იგივე პროცესი გავიმეოროთ და როცა ყველა მარტივ რიცხვზე შევამოწმებთ, ვიპოვით იმ მარტივი რიცხვების ნამრავლს, რომლებზედაც ეს ორი a და b ბრიცხვები უნაშთოდ გაიყოფიან მათ ნამრავლზე. ალგორითმულად ესეც რთული პროცესია.

III-ე მეთოდი ყველაზე მარტივია, რადგან ჯერ მოწმდება a და b რიცხვების ტოლობა, თუ ტოლია პროცესი მთავრდება, თუ არა და მოწმდება a>b თუ კი a=a-b თუ არა და b=b-a და ეს პროცესი თავიდან მოწმდება მანამ, სანამ a არ გაუტოლდება b-ს. ეს მეთოდი ორივე მეთოდზე მარტივია რადგან აქ მხოლოდ ორი მოქმედება სრულდება შედარება და გამოკლება [4 18,21, 28].

I და II მეთოდების სირთულის დასადგენად შეგვიძლია გავაკეთოთ შესაბამისი ბლოკ-სქემები და C პროგრამები.

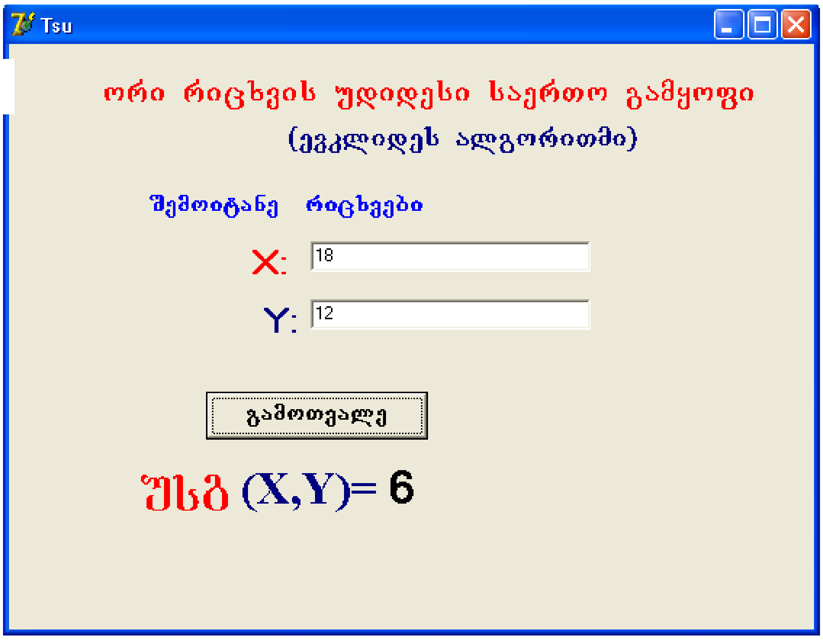
თუ ორი რიცხვის უდიდესი საერთო გამყოფი ერთის ტოლია, მაშინ ეს რიცხვები ურთიერთმარტივია.

Delphi-ში ევკლიდეს ალგორითმის კოდი ძალიან კომპაქტური და ვიზუალურად აღქმადია. შესაბამის პროგრამას Object Pascal ექნება სახე:

```
unit Unit1;
   interface
     uses
```

```
    Windows, Messages, SysUtils, Variants, Classes, Graphics, Controls, Forms,   Dialogs,
StdCtrls;
type
  TForm1 = class(TForm)
    Label1: TLabel;
    Label2: TLabel;
    Label3: TLabel;
    Label4: TLabel;
    Edit1: TEdit;
    Label5: TLabel;
    Edit2: TEdit;
    Button1: TButton;
    Label6: TLabel;
    Label7: TLabel;
    Label8: TLabel;
procedure Button1Click(Sender: TObject);
procedure Edit1Change(Sender: TObject);
procedure Edit2Change(Sender: TObject);
private
{ Private declarations }
public
{ Public declarations }
end;
var
         Form1: TForm1;
           x, y, s: real;
  implementation
{$R *.dfm}
procedure TForm1.Button1Click(Sender: TObject);
      begin
            While x<>y do
                  begin
                     if x>y then x:=x-y else y:=y-x;
                end;
              s:=x;
```

```
        label8.Caption:=floattostr(s);
    end;
procedure TForm1.Edit1Change(Sender: TObject);
        begin
            x:=StrToFloat(edit1.text);
          end;
procedure TForm1.Edit2Change(Sender: TObject);
        begin
            y:=StrToFloat(edit2.text);
        end;
end.
```



სურ. №1

მეგობარი რიცხვები - ცნობილი ფილოსოფოსი და მათემათიკოსი პითაგორა ამბობდა: „ჩემი მეგობარია ის, ვინც არის ჩემი მეორე მე, როგორც რიცხვები 220 და 284“

პითაგორა ამ რიცხვებს შემდეგი თვისებით აფასებდა: პირველი რიცხვის გამყოფის ჯამი (თავისთავის გარდა) უდრის მეორე რიცხვს და პირიქით, მეორე რიცხვის გამყოფების ჯამი უდრის პირველს. ასეთ რიცხვებს მეგობარი რიცხვები ეწოდება.

220 გამყოფებია { 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 40, 44, 55, 110 }

284 გამყოფებია {1, 2, 4, 71, 142 }

220 = 1+2+4+71+142;

284=1+2+4+5+10+11+20+22+40+44+55+110

დღეისათვის ნაპოვნია მეგობრული რიცხვების 1100 წყვილზე მეტი და გამოკვლევები უკვე კომპიუტერის მეშვეობით გრძელდება. უნდა აღინიშნოს, რომ მეგობარი რიცხვების პოვნის ამოცანა ერთი შეხედვით თითქოს არ არის რთული, მისი განმარტებიდან გამომდინარე, მაგრამ გამოთვლები - ხელით შემოწმების დროს ძალიან რთულია, განსაკუთრებით დიდ რიცხვებზე.

ამოცანა №5. ორ a და b რიცხვებს მეგობარი რიცხვები ეწოდებათ, თუ a იცხვის გამყოფთა ჯამი a-ს გარდა უდრის b რიცხვს და b რიცხვის გამყოფთა ჯამი b-ს გარდა უდრის a რიცხვს.

ამოხსნა. დაუშვათ, a რიცხვის გამყოფებია $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_k$, და $\forall\ a_j \neq a$, სადაც $j=1\ldots k$, ხოლო b რიცხვების გამყოფებია $\{b_1,b_2,\ldots,b_m\}$ $\forall b_i \neq b$, $i=1\ldots m$ მაშინ $b=\sum_{j=1}^{k} a_j$ და $a=\sum_{i=1}^{m} b_i$ ამ ამოცანის ამოხსნა ხელით საკმაოდ დიდ დროს მოითხოვს, ამიტომ უკეთესია თუ ამოსახსნელად გამოვიყენებთ კომპიუტერს და რომელიმე „დაპროგრამების ენას“, (C, C++, Pascal, Delphi, Visual Basic, C# . . .) ჩვენს შემთხვევაში გამოვიყენოთ Pascal ან C , რომელიც ამოცანის ალგორითმის შესადგენად უკეთესია.

თუ, ნატურალურ რიცხვებს დავყოფთ ჯგუფებად: 10...99, 100...999, 1000...9999 და შემდეგ შევამოწმოთ თითოეულ ამ ჯგუფში არის თუ არა მეგობარი რიცხვები და თუ არის დავბეჭდოთ ეს რიცხვები, წინააღმდეგ შემთხვევაში გამოვიტანოთ ინფორმაცია იმის შესახებ, რომ მოცემულ რიცხვით ინტერვალში მეგობარი რიცხვები არ არსებობენ.

პირველ ეტაპზე შევამოწმოთ მოცემული ორი რიცხვი არის თუ არა მეგობარი რიცხვი, მაგალითად 220 და 284.

შესაბამის **Object Pascal** პროგრამას ექნება შემდეგი სახე:

```
program Project2;
   {$APPTYPE CONSOLE}
         uses SysUtils;
          var  s, p,i,k,a, b :Integer;
  begin
       a:=220;
          b:=284;
              S:=0;
```

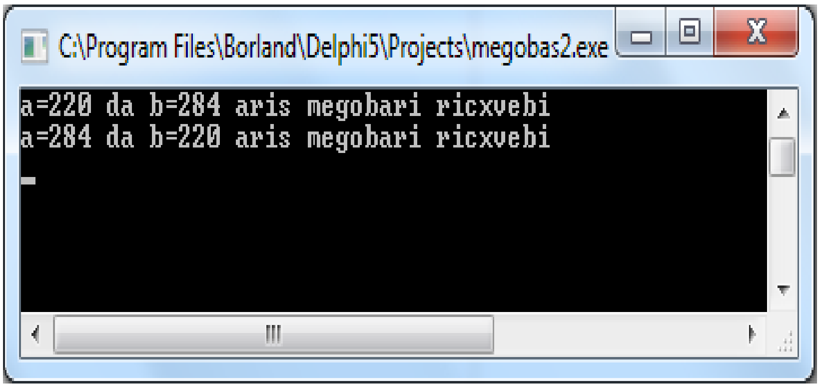
```
        For k:=1 to a-1 do if a mod k =0  then  s:=s+k;
            p:=0;
             for i:=1 to b-1 do  if b mod i=0 Then p:=p+i;
    If  (s=b) and (p=a) Then writeln (a, ' და',  b,’ არის მეგობარი რიცხვები');
   readln(a);
 End.
```

ამ ალგორითმში არის პატარა უზუსტობა გამყოფების ძებნის ორივე ციკლში გამყოფების ძებნა მიმდინარეობს a-1 და b-1-დე, რაც იმას ნიშნავს, ზედმეტი ,,ფუჭე“ ძებნა მიმდინარეობს 220/2-1=110-1=109 და 284/2-1=142-1=141, ანუ პირველი რიცხვის დროს 109 ზედმეტი ბიჯია შესრულებული და მეორე რიცხვის დროს 141, რაც ერთი შეხედვით თითქოს არაფერია, მაგრამ დიდი რიცხვებისათვის უაზრო მოქმედებების რაოდენობაც იზრდება. პირველი რიცხვის დროს ციკლი დატრიალდებოდა 219-ჯერ, ხოლო მეორე რიცხვის დროს 283-ჯერ, არა და პირველი რიცხვისათვის საკმარისი იყო 101, ხოლო მეორე რიცხვისთვის 142. საბოლოოდ უნდა ითქვას, რომ უკეთესია რიცხვის გამყოფები ამ ამოცანისთვის გვეძებნა პირველისათვის (1; 110) ინტერვალში და მეორისათვის (1; 142) ინტერვალში.

ახლა შევადგინოთ მეგობარი რიცხვების პოვნის OBPscal პროგრამა 10 დან 1000 მდე

```
program megobas2;
  {$APPTYPE CONSOLE}
uses SysUtils;
 var  s, p,i,k,a, b :Integer;
  begin
  for a:=10 to 1000 do
    for b:=10 to 1000  do
      begin
         S:=0;
             For k:=1 to a/2 do
            if a mod k =0  then  s:=s+k;
          p:=0;
           for i:=1 to b/2 do
                if b mod i=0 Then p:=p+i;
```

```
If  (s=b) and (p=a) and (a<>b) Then
   writeln ('a=',a, ' da', ' b=',b, ' aris megobari ricxvebi');
 end;
readln(a);
End.
```



სურ. №2

როგორც პასუხმა აჩვენა, პროგრამამ ათიდან ათასამდე ორი ერთი და იგივე მეგობარი რიცხვი აღმოაჩინა ორჯელ. ჯერ 220 -თვის და შემდეგ 284 -თვის.

მათემატიკური ამოცანის ამოხსნის კომპიუტერული კვლევის მეთოდი საშუალებას აძლევს მოსწავლეებს, სტუდენტებს და მასწავლებლებს ჩაატარონ ექსპერიმენტი ვირტუალური ან ვიზუალურ სახით, ეს დამოკიდებულია რომელ დაპროგრამირების ენას გამოვიყენებთ [4, 18, 21, 28]..

ჩვენ შეგვიძლია ამოცანების ამოხსნის ალგორითმები შევასრულოთ სხვადსხვა დაპროგრამირების ენებში და შემდეგ შევადაროთ ერთმანეთს დროში შესრულებული სისწრაფის მიხედვით. პროგრამულად შეიძლება ვაჩვენოთ ალგორითმის შესრულების ყველა ბიჯის მომენტი, თუ რას ითვლის კომპიუტერი და რა მნიშვნელობებს ღებულობს, თუმცა ეს პროცესი ზოგჯერ არასასიამოვნო და დამქანცველია, ამიტომ, ყველა მომხმარებელი ცდილობს ალგორითმი ისე შეადგინოს, რომ პროგრამამ თავისთვის იმუშაოს ვირტუალურად და ბოლოს მხოლოდ საშედეგო მნიშვნელობები გამოიტანოს. შეგვიძლია პროგრამის ორივე მეთოდის შესრულების დრო შევადაროთ ერთმანეთს და გავაკეთოთ დასკვნა დროის ხარჯვისა და კომპიუტერის მეხსიერების დაკავების მიმართულებით.

როგორც ცნობილია, მათემატიკური მოდელირება საშუალებას იძლევა რეალური პროცესების მათემატიკური იმიტაციისა, რაც კომპიუტერების დახმარებითაა შესაძლებელი. მას მაშინ მიმართავენ, როდესაც რეალური ექსპერიმენტი ძალზე შრომატევადი, ძვირად ღირებული ან გარკვეიულ რისკთანაა დაკავშირებული.

სრულყოფილი რიცხვები. მათემატიკოსებისათვის დღემდე გამოცანად რჩება ის, რომ დღემდე აღმოჩენილი სრულყოფილი რიცხვები ყველა ლუწია. გარდა ამისა, გასარკვევია აღმოჩენილ სრულყოფილ რიცხვებს შორის კიდევ ხომ არ არსებობს რაიმე სხვა სრულყოფილი რიცხვი.

განმარტება. რიცხვებს ეწოდებათ სრულყოფილი, თუ იგი თავის გამყოფების (თავისთავის გარდა) ჯამის ტოლია.

უნდა აღინიშნოს, რომ ლუწი სრულყოფილი რიცხვების ძიებამ, მეცნიერები მიიყვანა მარტივი რიცხვის ძიების ამოცანამდე. ამ საკითხზე მუშაობდა ჯერ კიდევ XVI საუკუნეში ფრანგი ფიზიკოსი **მერ სენი,** რომელსაც საკმაოდ კარგი გამოკვლევები ჩაატარა. დღეს სრულყოფილი რიცხვების ძიება კომპიუტერების მეშვეობით გრძელდება. ნაპოვნია 30-მდე ასეთი რიცხვი. ზოგი ცნობილი უდიდესი სრულყოფილი რიცხვის ჩანაწერი ასი ათასზე მეტი ციფრისგან შედგება.

სრულყოფილი რიცხვებია:

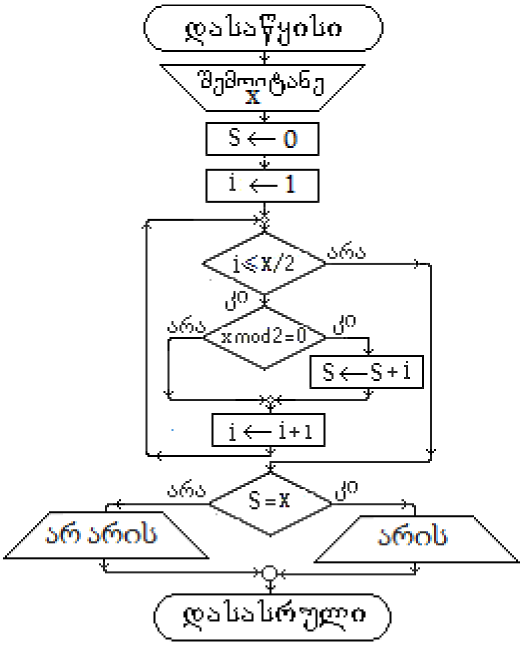
1. 6,	(ერთ ნიშნა)	
2. 28,	(ორ ნიშნა)	
3. 496,	(სამ ნიშნა)	
4. 8128,	(ოთხ ნიშნა)	
5. 33550336,	(რვა ნიშნა)	
6. 8589869056,	(10)	
7. 137438691328	(12)	
8. 2305843008139952128	(19)	
9. 2305843009213693951·260	(37)	
10. 618970019643690137449562111·288	(54)	1911
11. $162259276829213363391578010288127 \cdot 2^{106}$	(65)	1914

და ა.შ.,

მაგალითად: 6 გამყოფებია {1, 2, 3} 1+2+3=6

28 გამყოფებია {1, 2, 4, 7, 14}   1+2+4+7+14=28

ამოცანა №6: შეამოწმეთ არის თუ არამოცემული X რიცხვი სრულყოფილი. შესაბამის ბლოკ-სქემას და სი ენაზე დაწერილ კოდს ექნება სახე:



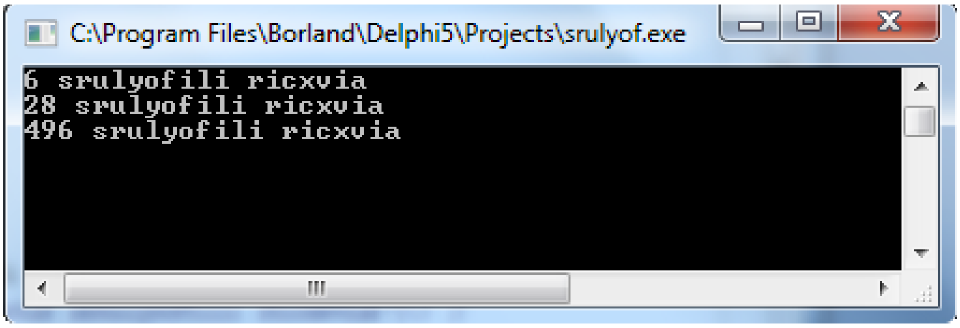
ნახ: №12

```
#include <stdio.h>
        main()
  {        int x, i, s=0;
         scanf(%d", &x) ;
            s=0;
             for(i=1; i<=x/2; i++) {
                              if (x% i==0)
                                    s:=s+i;   }
                        if (s==x)     printf(" სრულყოფილია  % d", x )
                               else printf(" არ არი  სრულყოფილი  % d", x);
                          return 0;
                        }
```

ამოცანა №7. იპოვეთ ყველა სრულყოფილი რიცხვი ორიდან ათასამდე.

ამოცანის ამოხსნის პასკალ პროგრამას აქვს სახე:

```
program srulyof;
{$APPTYPE CONSOLE}
uses SysUtils;
  var a, s, i: integer;     {srulyofili ricxvebi}
          begin
            for a:=2 to 1000 do
               begin
                s:=0;
                  for i:=1 to a-1 do
                   if a mod i=0 then s:=s+i;
                  if a=s Then writeln(a, ' srulyofili ricxvia  ')
                 { else writeln(a, '  ar aris srulyofili ricxvia'); }
               end;
          readln(a);
   end.
```



სურ. №3

უნდა აღინიშნოს, რომ სრულყოფილი რიცხვების იდეა ძველ ბერძნებამდე ძვ. შუმერებმა და შუამდინარელებმაც იცოდნენ.

მე-16 საუკუნეში იტალიელმა პიეტრო კატალდიმ მეხუთე და მეექვსე სრულყოფილი რიცხვები 33550336 და 8589869.056 აღმოაჩინა. აღმოჩენის მიზეზი ის კანონზომიერება, რაც სრულყოფილ რიცხვებს გააჩნიათ.

$$6=2^1(1+2)=2*3$$

$$28=2^2(1+2+2^2)=4*7$$

$$496=2^4(1+2+2^2+2^{3+}2^4)=16*31$$

$$8128=2^6(1+2+\ldots+2^6)=64*127$$

რაც უფრო შორს მივდივართ, მით უფრო რთულია რიცხვების მარტივ მამრავლებად დაშლა და შემდეგ გამყოფების პოვნა. არსებობს სხვა გზებიც სრულყოფილი რიცხვების საპოვნელად, მაგალთად, ევკლიდეს და ფერმას ალგორითმები, რომლებსაც ნაშრომში არ განვიხილავთ, თუმცა ძალიან საინტერესოა.

უნდა აღინიშნოს, რომ მარტივი, მეგობარი და სრულყოფილი რიცხვების სწავლის პროცესში, უკეთესი იქნება, თუ გამოვიყენებთ მათი პოვნის სხვადსხვა ალგორითმებს, კომპიუტერს და დაპროგრამების რომელიმე ენას, რაც გაზრდის სწავლის ხარისხს.

ამოცანა №8. აგდებენ ორ კმათელს 1000-ჯერ. საჭიროა დავადგინოთ რამდენჯერ მოვიდა თითოეული რიცხვი და რამდენჯერ დაჯდება წყვილი.

ამოხსნა: შემთხვევითი რიცხვების მიღების გენერაციის ფუნქციის გამოყენებით შეგვიძლია კამათელის რიცხვის მოსვლის დიაპაზონი გამოვთვალოთ ფორმულით Agdeba1:=trunc(1+random(6)); ხოლო დანარჩენი პროცესი არის თვლა, რა მოვა და შემდეგ მათი დამახსოვრება. შესაბამის პასკალ პროგრამას ექნება სახე:

```
Program   KamaTeli;
Uses WinCrt;
 Const n=1000;
     X: array [1..6] of string =('ერთი', 'ორი', 'სამი', 'ოთხი', 'ხუთი', 'ექვსი');
   y: array [1..6] of string =('იაგანი', 'დუბარა', 'ჯუტსე', 'დორჩარი', 'დუბარა', ‘დუშეში');
     Var     a, b : Array [1..6] of integer;
          agdeba2, agdeba1, i, j : integer;
      Begin
       For i:=1 to 6 do begin a[I]:=0; b[i]:=0 end;
         randomize;
            For I:=1 to n do
             Begin
              Agdeba1:=trunc(1+random(6));
                Agdeba2:=trunc(1+random(6));
                 Case agdeba1 of
```

```
                 1: a[1]:=a[1]+1;     {ერთი}
                 2: a[2]:=a[2]+1;     {ორი}
                 3: a[3]:=a[3]+1;     {სამი}
                 4: a[4]:=a[4]+1;     {ოთხი}
                 5: a[5]:=a[5]+1;     {ხუთი}
                 6: a[6]:=a[6]+1;     {ექვსი
             End;
             if agdeba1=agdeba2 then b[agdeba1]:= b[agdeba1]+1;
             End;
            For I:=1 to 6 do
          Writeln('   ',x[i], '  iyo  ', a[i], ' --> ', y[i], '=',b[i]);
         End.
```

მაგალითად C დაპროგრამირების ენაზე შეგვიძლია განვიხილოთ მგზავსი ამოცანები, რომელთა შესაძლო პასუხები პროგრამის ყოველი შესრულების დროს სხვადასხვა იქნება.

ამოცანა №9: დაბეჭდეთ 20 შემთხვევითი ორნიშნა რიცხვი.

შესაბამის C ენაზე პროგრამას ექნება სახე:

```
#include <stdio.h>
#include <conio.h>
#include <stdlib.h>
 main()
 {
  clrscr();                  // ეკრანის გასუფთავება
   int  i;
    float a[20];
     randomize();    // შემთხვევითი რიცხვების განახლების გენერაციის ფუნქცია
      for(i=0; i<=20; i++)
       {
         a[i]=10+random(89);
         printf ("  %f \n", a[i]); // რიცხვების ბეჭვდა ახალ სტრიქონზე
       }
  }
```

უნდა აღინიშნოს, რომ შედეგი პროგრამის ყოველი გაშვებისას სხვადასხვა იქნება, რადგან შემთხვევითი რიცხვების მოსვლის გენერაციის ფუნქცია ყოველ გაშვებისას სულ სხვადასხვა ვარიანტებს ირჩევს.

§3.2 მათემატიკის ამოცანების ამოხსნის სწავლების პრობლემების გადაჭრა ალგორითმის საშუალებით.

ინტერნეტის გამოყენების პროცესში მომხმარებელი ხშირად იღებს და გადასცემს ინფორმაციას. ამიტომ დღეისათვის ინფორმაციის დაცვას უდიდესი მნიშვნელობა ენიჭება. ინფორმაციის დაცვასა და გასაიდუმლოებას საკმაოდ საინტერესო ისტორია აქვს. აღსანიშნავია, რომ თავდაპირველად დამწერლობა წარმოადგენდა გასაიდუმლოებულ - კრიპტოგრაფიულ სისტემას, რადგან მას ფლობდნენ მხოლოდ რჩეული ადამიანები.

კრიპტოგრაფიის ისტორია პირობითად შეიძლება დაიყოს ოთხ ეტაპად:

1. გულუბრყვილო კრიპტოგრაფია;
2. ფორმალური კრიპტოგრაფია;
3. მეცნიერული კრიპტოგრაფია;
4. კომპიუტერული კრიპტოგრაფია[62, 92]

სასკოლო მათემატიკის[7,8] სახელმძღვანელოში განხილულია ძველი რომის ერთ-ერთი უდიდესი პიროვნრბის და მხედართთავრის - **იულიუს კეისარის** გულუბრყვილო კრიპტოგრაფია, რომლისთვისაც დამახასიათებელი იყო პრიმიტიული მეთოდები.

ინფორმაციის დაშიფრვისათვის გამოყენებული შიფრების უმეტესობა დაიყვანებოდა მონოალფავიტურ გადანაცვლებაზე. პირველი ასეთი მაგალითი დაფიქსირებული მეთოდისა არის ცეზარის შიფრი, რომლის მიხედვით მოცემული ტექსტის ყოველი ასოს ცვლიდნენ სხვა ასოთი, რომელიც მოცემული ასოსაგან დაშორებული იყო ფიქსირებული რაოდენობის პოზიციით (ანბანის ყოველ სიმბოლოს შეესაბამება გარკვეული რიგითი ნომერი – რიცხვი. მაგალითად, ანბანში მისი ადგილის შესაბამისი ნომერი. ტექსტის ყოველ სიმბოლოს ემატება ფიქსირებული რიცხვი, რომელსაც იგივე ანბანში შეესაბა გარკვეული სიმბოლო.

ბუნებრივია ტექსტის დაშიფვრის დროს მოცემული ტექსტის სიტყვებში ასო-ნიშნებს უნდა შევუცვალოთ ადგილები. პოზიციების ცვლილება, ცხადია, გამოიწვევს ტექსტში ასო-ნიშნების არევას და ტექსტის შინაარსის გაბუნდოვანებას, რაც განსაზღვრების თანახმად არის ტექსტის გარდაქმნა, ანუ დაშიფრვა. ასეთი დაშიფვრის წესია იულიუს ცეზარის ალგორითმი, რომელიც თავის მხრივ წარმოადგენს იმ დროს არსებული ალგორითმების ერთ-ერთ კლასიკურ ვარიანტს.

უნდა აღინიშნოს, რომ ცეზარი თავის გზავნ წერილში ლათინური ანბანის პირველ A ასოს შეცვლიდა, იგივე ანბანის რომელიმე სიმბოლოთი, მაგალითად E – მეხუთე ასო-ნიშნით, ხოლო A ასოს მომდევნო B მეორე ასო შეიცვლება F ასოთი და ა.შ. ბოლო Z ასოს მეხუთე D ასოთი. შესაბამის ცხრილს ექნება სახე:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	1	2	3	4
A	B	C	D	**E**	F	H	I	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	V	X	Z	A	B	C	D

A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**H**	**I**	**K**	**L**	**M**	**N**	**O**	**P**	**Q**	**R**	**S**	**T**	**V**	**X**	**Z**

ცხრ. №4

როგორც ცხრილიდან ჩანს:

A→E,   B→F,   C→H,   . . .   Z→D

ამ ასო სიმბოლოთა შენაცვლებით მივიღებთ დაშიფვრის ალგორითმს, რომელიც ცხრილის სახით ასე ჩაიწერება.

5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	1	2	3	4
E	F	H	I	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	V	X	Z	A	B	C	D

A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**H**	**I**	**K**	**L**	**M**	**N**	**O**	**P**	**Q**	**R**	**S**	**T**	**V**	**X**	**Z**

ცხრ. №5

მაგალითად სიტყვა „თელავი“ ქართულ ანბანის და „ცეზარის“ ალგორითმის გამოყენებით ჩაიწერება ასე:

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
ა	ბ	გ	დ	ე	ვ	ზ	თ	ი	კ	ლ	მ	ნ	ო	პ	ჟ	რ	ს	ტ	უ	ფ	ქ	ღ	ყ	შ	ჩ	ც	ძ	წ	ჭ	ხ	ჯ	ჰ
ე	ვ	ზ	თ	ი	კ	ლ	მ	ნ	ო	პ	ჟ	რ	ს	ტ	უ	ფ	ქ	ღ	ყ	შ	ჩ	ც	ძ	წ	ჭ	ხ	ჯ	ჰ	ა	ბ	გ	დ

ცხრ. №6

თ ე ლ ა ვ ი → მ ი პ ე კ ნ

t e l a v i → m i p e k n

ფორმალური კრიპტოგრაფიის ეტაპი იწყება XV – XX საუკუნეებში, რაც დაკავშირებულია ფორმალიზირებულ და შედარებით მდგრად ხელის (არამექანიკურ) კრიპტოშიფრებთან. ევროპულ ქვეყნებში ეს ეტაპი ემთხვევა აღორძინების ეპოქას, რომლის დროსაც მეცნიერებისა და ვაჭრობის მდგრადმა ზრდამ გამოიწვია მოთხოვნილება ინფორმაციის დაცვის საიმედო საშუალებებზე. ამ ეტაპზე განსაკუთრებული როლი ენიჭება იტალიელ არქიტექტორს ლეონ ბატისტა ალბერტს, რომელსაც ეკუთვნის პირველი მრავალალფავიტური გადანაცვლების მეთოდი. ეს შიფრი ცნობილია აგრეთვე „ვიჟინერის" სახელით. ვიჟენერმა 1586 წ. განავითარა ცეზარის ალგორითმი. ეს მოხდა ორი მიმართულებით,

1. ცეზარის ალგორითმში ტექსტის ყოველი ასო-ნიშანი ანბანში გადაადგილდება პოზიციათა ერთსა და იმავე რაოდენობით, რათა მივიღოთ დაშიფრული ტექსტი (k სიდიდე მუდმივია ყოველი ასო-ნიშნისათვის). აქ ვიჟენერს დაებადა აზრი, რომ გადანაცვლება მოეხდინა არა მუდმივი k სიდიდით, არამედ განსხვავებული წესით. დაუშვათ, პირველი ტექსტური ასო-ნიშანი გადაადგილდეს 1k პოზიციით, მე-2- 2k პოზიციით და ა.შ. შეიძლება შემოვიღოთ I სიგრძის k k k , . . . , 1 = გასაღები, ანუ I სიგრძის გარკვეული სიტყვა ან ამ სიგრძის მთელი წინადადება.
2. მეორე მიმართულება გულისხმობს გარკვეული მატრიცის აგებას, რომელიც განახორციელებს დაშიფრვას. ასეთია ვიჟენერის მიერ შემოთავაზებული ალგორითმი, ანუ ცეზარის მოდიფიცირებული შიფრი.

მოსახერხებელია, რომ ასო-ნიშანთა განხილული გადანაცვლება ჩავწეროთ შემდეგი სახით. დავუშვათ, რომ ანბანის ასო-ნიშნებს შევუსაბამეთ რიცხვები

ანბანში მათი რიგითი პოზიციის მიხედვით. ქართული ღია ტექსტი განვათავსოთ პირველ სტრიქონში, როგორც ცეზარის ალგორითმშია. მეორე სტრიქონში ჩავწეროთ ჩვენ მიერ შერჩეული „სიტყვა-გასაღები" განმეორებით იმდენჯერ, რასაც მოითხოვს ტექსტი. ტექსტის გარდაქმნისათვის (ანუ, საზოგადოდ, ტექსტის სიმრავლის სხვა სიმრავლეზე ასახვისათვის) გამოყენებულია გადანაცვლების ან ჩანაცვლების ჩვეულებრივი მათემატიკური ოპერაციები.

გ. ვერნამის ალგორითმი წარმოადგენს ცეზარის და ვიჟინერის ალგორითმების შემდგომ განვითარებას (1917). უფრო სწორად მარტივი გარდაქმნით მიღება.

უნდა აღინიშნოს, რომ ვერნამის ალგორითმი არის ერთადერთი სრულყოფილი ალგორითმი, რომელიც აკმაყოფილებს კ.შენონის მიერშემუშავებულ კრიტერიუმებს.

ვერნამის შიფრის სიმარტივე იმაში მდგომარეობს, რომ ცეზარის ალგორითმში გასაღების სიგრძე ყველა სიმბოლოსათვის ერთი დაიგივე სიდიდეა, ხოლო ვიჟინერის ალგორითმში გასაღების სიგრძე გარკვეული სიდიდეა, რომელიც, საზოგადოდ, გაცილებით ნაკლებია ტექსტის სიგრძეზე და მეორდება შიფრაციის დროს. ვერნამის ალგორითმში გასაღების სიგრძე ტექსტის სიგრძის ტოლია და გამოიყენება მხოლოდ ერთჯერადად.

ალგორითმი შეიძლება შემდეგი სახით ჩავწეროთ. ვთქვათ, ანბანის ასო-ნიშნების,ციფრების, სასვენი და სხვა ნიშნების ერთობლიობა შეადგენს n რაოდენობის სიმრავლეს, ამ სიმრავლის ყველა სიმბოლოს შეუსაბამოთ რაიმე m_i რიცხვი რომელიც მოთავსებულია (0, n-1) ინტერვალში.

დავუშვათ, რომ მოცემული M ღია ტექსტური a1, a2, a3, … შეტყობინება, C სპეციალური c1, c2, c3, .. ტექსტით - გასაღებით დაშიფვრის შემდეგ ღებულობს B შიფროტექსტის, ანუ b1, b2, b3, … მიმდევრობის სახეს. M ტექსტის ყოველ სიმბოლოს შეესაბამება m_{ti} რიცხვითი მნიშვნელობა C გასაღების c_{ti} სიმბოლოს m_{ti} მნიშვნელობა, ხოლო B შიფროტექსტის b_{ti} სიმბოლოს m_{ti} მნიშვნელობა, თითოეული სიმბოლოს დასშფრვა გაშიფრვა ხდება შემდეგი ფორმულების დახმარებით:

$m_{ti}+m_{vi}=m_{wi} \pmod n$

$m_{wi}+m_{vi}=m_{ti} \pmod n$

ცხადია, რომ ყოველი დაშიფვრის და გაშიფვრის შემდეგ C სპეციალური სიმბოლოების ტექსტი, რომელიც მხოლოდ გადამცემ და მიმღებ მხარეებს გააჩნია, უნდა განადგურდეს.

ვერნამის შიფრით სარგებლობდნენ ამერიკისა და საბჭოთა კავშირის პრეზიდენტები.

ჰოლანდიელმა კერხოჰმა ჩამოაყალიბა კრიპტოგრაფიის ძირითადი წესი: შიფრის მედეგობა უნდა განისაზღვრებოდეს მხოლოდ გასაღების საიდუმლოობით. ინფორმაციის გამტაცებელს ან კრიპტოანალიტიკოსს შეუძლია, იცოდეს ყველა მონაცემი, გარდა გასაღებისა. ითვლება, რომ კრიპტოსისტემა გახსნილია, თუ გამტაცებელს დასაშვებზე მეტი ალბათობით შეუძლია შემდეგი ოპერაციების ჩატარება: საიდუმლო გასაღების პოვნა, გარდაქმნის ალგორითმის ეფექტური შესრულება, რომელიც ფუნქციონალურად ექვივალენტურია საწყისი კრიპტო ალგორითმისა. იმისათვის, რომ კრიპტოსისტემა გახსნილად ჩაითვალოს, საჭიროა არა მხოლოდ გასაღების გახსნის (ანუ საიდუმლო გასაღების პარამეტრების მიღების) ალგორითმის ჩვენება, არამედ იმის ჩვენებაც, რომ ეს ალგორითმი შეიძლება შესრულდეს რეალურ დროში. ალგორითმის გახსნის სირთულე ითვლება კრიპტოსქემის ერთ-ერთ მთავარ მახასიათებლად და მას კრიპტომედეგობა ეწოდება.

როტოტული კრიპტოგრაფია არის ავტომატიზირების მართივის მეთოდი. პირველი შესაბამისი სისტემა გამოიგონა 1790 წელს ამერიკის მომავალმა პრეზიდენტმა თომას ჯეფერსონმა. მეოცე საუკუნის დასაწყისიდან კრიპტოგრაფიული პროცესების ავტომატიზაციის მიზნით გამოიგონეს მოწყობილობები (მანქანები), რომლებშიც გამოყენებულია მბრუნავი როტორები. როტორს აქვს დისკოს ფორმა. მასზე სათანადო პოზიციებში ასო-ნიშნების განთავსება (ანუ ტექტის ჩაწერა) და როტორების გარკვეული წესით შეერთება იწვევს ანბანის ასო-ნიშნების გადანაცვლება-ჩანაცვლებას, როგორც ეს ხდება ვიჟენერის ალგორითმში [85, 86, 87, 91].

ყველაზე ცნობილი როტორული მანქანა შეიქმნა ევროპაში 1917 წელს „ენიგი", რომელიც გატეხეს პოლონელმა კრიპტოგრაფებმა.

მეცნიერული კრიპტოგრაფია შეიქმნა 1930 წლიდან, რომლის კრიპტოსისტემა მკაცრ მათემატიკური საფუძველვლებზე იყო დამყარებული. მის განვითარების საფუძვლებს წარმოადგენდა: ალბათობის თეორია და მათემატიკური სტატისტიკა, ზოგადი ალგებრა, რიცხვთა თეორია, ალგორითმების და ინფორმაციის თეორია.

ასევე კლოდ შენონის ნაშრომი „კავშირგაბმულობის თეორია საიდუმლო სისტემებში" (1949 წ) [15, 16, 70,71,84].

– **კომპიუტერული კრიპტოგრაფია** შეიქმნა მეოცე საუკუნის სამოცდაათიან წლებში, მაშინ როდესაც დაიწყო ელექტრო გამომთვლელი მანქანების განვითარება და საზოგადოებრივი მოთხოვნები კრიპტო სისტემების შექმნის შესახებ.

ამ წლებში შემუშავებულ იქნა ამერიკული შიფრაციის სტანდარტი DES, ასევე 70-იან წლებში შეიქმნა შიფრაციის ასიმეტრიული კრიპტოსისტემა, რომელიც არ ითხოვდა საიდუმლო გასაღებების გადაცემას ინფორმაციის გაცვლის მხარეებს შორის. აქ ათვლის წერტილად ითვლება დიფი და ჰელმანის ნაშრომი „ახალი მიმართულებანი თანამედროვე კრიპტოგრაფიაში" (1976 წ.). ამ ნაშრომში პირველად იყო ფორმულირებული დაშიფრული ინფორმაციის გაცვლის პრინციპები საიდუმლო გასაღების გარეშე [12,13,14,17].

შეტყობინება წარმოადგენს ღია ტექსტს, რომელსაც, საზოგადოდ, შეიძლება ჰქონდეს ბუნებრივენოვანი ტექსტის ან გარკვეული სიმბოლოებისა და გამოსახულებების ერთობლიობის სახე (გამოთვლით ტექნიკასა და ინფორმაციულ სისტემებში ტექსტური ინფორმაციის ჩასაწერად ძირითადად გამოიყენება ორობითი სიმბოლოების n -მიმდევრობები). გასაიდუმლოების მიზნით ღია ტექსტის გარდაქმნას ეწოდება დაშიფვრა (შიფრაცია), ხოლო დაშიფრული ტექსტიდან ღია ტექსტის აღდგენას - გაშიფვრა (დეშიფრაცია). შიფრაციისა და დეშიფრაციის მეთოდებისა და ალგორითმების კვლევას კრიპტოანალიზი ეწოდება, ხოლო მათემატიკის დარგს, რომელიც სწავლობს კრიპტოგრაფიასა და კრიპტოანალიზს - კრიპტოლოგია.

კრიპტოგრაფიულ ალგორითმს, როგორც წესი, აქვს გარკვეული მათემატიკური ფუნქციის სახე, რომელსაც, აგრეთვე, შიფრსაც უწოდებენ.

კლასიკურ კრიპტოგრაფიაში არ არის მიღებული საკუთრივ ალგორითმის (შიფრის) დამალვა-დასაიდუმლოება, თუმცა, ასეთი მიდგომის მართებულობა კერძო შემთხვევებში არ არის გამორიცხული.

ალგორითმის დასაიდუმლოება გაუმართლებელია იმის გამო, რომ მისი გამჟღავნება გამოიწვევს დაშიფრული ტექსტის, ანუ, როგორც მას ასევე უწოდებენ, შიფროტექსტის გაშიფვრას. მას შემდეგ, რაც ალგორითმის გატეხვის ფაქტი ცნობილი

გახდება, საჭიროა მთლიანად ახალი ალგორითმის შემუშავება, რაც, ცხადია, გარკვეულ სირთულესთან არის დაკავშირებული. ამიტომ, ჩვეულებრივ, მიმართავენ სხვა მიდგომას. ამ მიდგომით იგულისხმება, რომ ალგორითმის სინთეზის დროს, კრიპტოგრაფი ქმნის ალგორითმის (შიფრის) ალტერნატიული განხორციელების უამრავ ვარიანტს (გასაღებების სიმრავლეს) და მოცემული სამოქმედო პერიოდისათვის შეირჩევს ერთ-ერთ მათგანს. ალტერნატიული ვარიანტის შერჩევა დაკავშირებულია გასაღების შერჩევაზე [80, 81 82].

```
Program amo; {იულიუს კეისრის ალგორითმი }
   Uses wincrt;
    Const  S='abgdevzTiklmnopJrstufqRySCcZwWxjh .0123456789';
               K=5;                    {დაშიფრვის გასაღები}
               n=45;           {დასაშიფრ ანბანში შემავალი სიმბოლოთა რაოდენობა}
              Var   I, j, m : integer;
                  P, E,  B : Array [1..n] of Integer;
                  F, T,  A : Array [1..n] of String;
                        Y : String;
               Begin
                 For i:=1 to n do A[i]:=Copy(S, I, 1);
                         {For i:=1 to n do write(A[i]);}
                   For i:=1 to n do B[i]:=i;
                    Writeln('Semoitane dasaSifri sityva an winadadeba ');
                     write('Y ='); Read(Y);
                       m:=length(Y); {dasaSifr informaciis simboloTa raodenoba}
                        for i:=1 to m do
                             for j:=1 to n do  if A[j]=copy(y,i,1) then P[i]:=B[j];
                        {for i:=1 to m do Write(p[i], ' ');} writeln;
                     for i:=1 to m do E[i]:=(K+p[i]) mod n;   {დაშფრვა}
                   {for i:=1 to m do Write(E[i],' ');}
                for i:=1 to m do
                 for j:=1 to n do
                  if E[i]=b[j] then T[i]:=a[j];
                   for i:=1 to m do Write(T[i]);
```

```
for i:=1 to m do P[i]:=(E[i]-k)mod n;
 for i:=1 to m do
    for j:=1 to n do
     if P[i]=b[j] then F[i]:=a[j];
        writeln;
for i:=1 to m do Write(F[i]);     {------გაშიფრვა - }
End.
```

მაგალითად თუ დაშიფრვის გასაღები *k* =3 მაშინ მივიღებთ:

საწყისი ტექსტი: ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ

დაშიფრული ტექსტი: DEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZABC

დაშიფრვა შეიძლება ასევე წარმოვადგინოთ მათემატიკური მოდელით. თუ ჩვენ ანბანის ყველა ასოს შეუსაბამებთ რიცხვს (A= 0, B=1,..., Z= 25), რომ მოვახდინოთ *x*-ის კოდირება გასაღები *n*-ით, საკმარისია გამოვიყენოთ შემდეგი ფორმულა:

$$E_n(x) = (x + n) \mod 26. \quad \ldots (2.1)$$

განშიფრვაც იგივენაირია, ოღონდ ვიყენებთ შებრუნებულ გასაღებს(ანუ ,,- n“ -ს *n* -ის მაგივრად):

$$D_n(x) = (x - n) \mod 26. \quad \ldots (2.2)$$

კეისრის კოდის გამოყენება შეიძლება არა მარტო ლათინური ანბანისათვის, არამედ მსოფლიოს ნებისმიერი ანბანისათვის. მაგალითად, დაშიფვრა მოვახდინოთ ქართული ანბანის მიხედვით. ვთქვათ გვაქვს მოცემული საწყისი ტექსტი და გვინდა დავშიფროთ ბიჯით 4.

საწყისი ტექსტი: საქართველო ლამაზი ქვეყანაა

დაშიფრული ტექსტი იქნება: ქეჩეფმკიპსპეჟელნჩკიძერეე

კეისრის კოდი ვიჟნერის კოდისგან განსხვავებით იყენებს ერთი ტექსტისთვის ერთი და იგივე ბიჯს.

§3.3 მათემატიკის სწავლების კომპიუტერული მოდელი

მათემატიკური მოდელირება წარმოადგენს მოსწავლის მიერ კომპიუტერული ტექნოლოგიების გამოყენებით გარე სამყაროს მოვლენების შეცნობის ერთ-ერთ ძირითად ინსტრუმენტს. მათემატიკური მოდელირების ქვეშ იგულისხმება ინფორმაციული ტექნოლოგიების გამოყენებით შესწავლილი კანონზომიერებანი და კავშირები. ეს შეიძლება იყოს მათემატიკური ამოცანების ალგორითმები პროგრამა-კოდის ფორმით გამოსახული.

მათემატიკური მოდელი არის რეალური ობიექტის, პროცესის ან სისტემის მიახლოებითი წარმოდგენა მათემატიკური ამოცანების ალგორითმული გამოსახულებებით, რომელიც ინარჩუნებს ორიგინალის თვისებებს. ეს მოდელები დაპროგრამირების ენის ალგორითმული კონსტრუქციების დახმარებით აღწერენ მათემატიკური ამოცანების ობიექტის, პროცესის ან სისტემის ძირითად თვისებებს, მათ პარამეტრებს, შიდა და გარე კავშირებს ალგორითმული კოდების საშუალებებით [62,66, 67, 74, 80].

მათემატიკური მოდელირება სასკოლო განათლებაში ტექნიკური პროგრესის განუყოფელი ნაწილია, იგი არ უწევს კონკურენციას სხვა საგნის მიამრთულებებს, თუმცა მონაწილეობს ყველა სფეროში მიმდინარე შემოქმედებით კვლევებში.

უძველესი დროიდან მათემატიკაში და სხვა ზუსტ საბუნებისმეტყველო მეცნიერებებში გამოყენებულია ამოცანის ამოხსნის ალგორითმული მოდელები, რომელიც კომპიუტერული ტექნოლოგიების დახმარებით იყო შესაძლებელი. მაგაგალითად: მეგობარი, სრულყოფილი და მარტივი რიცხვების კანონზომიერება მარტივად შეიძლება აღიწეროს კომპიუტერული ტექნიკის გამოყენებით დაპროგრამირების ენის ალგორითმული პროგრამა-კოდის შედგენის საშუალებით.

მათემატიკური ამოცანების ალგორითმული მოდელი ნიშნავს - ამა თუ იმ პროცესსა და ტექნიკურ უზრუნველყოფას შორის კავშირის განსაზღვრას, რომელიც საშუალებას გვაძლევს მოსწავლეებმა ხარისხობრივად გამოსახონ კავშირი მათემატიკურ ამოცანებსა და იმ ფაქტორებს შორის, რომლებიც გავლენას ახდენს საბოლოო შედეგებზე [20].

კომპიუტერული ექსპერიმენტების საფუძველზე წამოიჭრება ჰიპოთეზები საბოლოო ვიზუალური შედეგის გამომსახველ პროგრამასა და მათემატიკურ

მოდელში ამოცანების ამოხსნის ალგორითმებს შორის კავშირის შესახებ. მისი საბოლოო მიზანია მათემატიკური ამოცანების ალგორითმული პროგრამის ფორმულირება, რომლის ამოხსნაც საჭირო სიზუსტით ასახავს სკოლის მოსწავლისთვის საინტერესო შედეგს.

მოდელირების დროს ამოცანის ალგორითმის გართულებასთან ერთად ანალიტიკური მოდელის აგება რთულად გადასაწყვეტ პრობლემად გადაიქცევა. ასეთი პრობლემის აღმოფხვრისათვის მიზანშეწონილია იმიტაციური მოდელირების გამოყენება.

იმიტაციური მოდელირების დროს მათემატიკური ამოცანების ამოხსნა ხდება ალგორითმული ნაკრების საშუალებით. ალგორითმები აკეთებენ პროცესების ან სისტემების შემადგენელი მათემატიკის ამოცანების იმიტაციას, მათი სტრუქტურის და თანმიმდევრობის შენარჩუნებით. იმიტაციური მოდელი საშუალებას იძლევა პირველადი მონაცემების მიხედვით მივიღოთ ინფორმაცია მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის შესახებ თანამედროვე ტექნოლოგიების გამოყენების საშუალებით დროის გარკვეულ მომენტში. შეიძლება ითქვას, რომ იმიტაციური მოდელი არის მათემატიკური ამოცანების ალგორითმული ამოხსნა თანამედროვე ტექნოლოგიების გამოყენებით, რომელიც აკეთებს რეალურ იმიტაციას [60].

მათემატიკური მოდელირების ფართო გამოყნება საშუალებას იძლევა გაფართოვდეს გამოკვლევების საერთო დონე და ჩატარდეს ისინი ექსპერიმენტულ გამოკვლევებთან მჭიდრო კავშირში. მათემატიკური მოდელი შეიძლება განიხილებოდეს, როგორც შემეცნების ახალი მეთოდი, რომელიც თავის თავში შეიცავს როგორც თეორიის, ასევე ექსპერიმენტის დადებით მხარეებს [56].

მუშაობა არა თავად მათემატიკის ამაცანებთან, არამედ მის ალგორითმულ მოდელებთან, საშუალებას იძლევა სწრაფად მოახდინოს მისი თვისებების ვიზუალური გამოვლენა. ამავე დროს კომპიუტერული ექსპერიმენტები საშუალბას იძლევა თანამედროვე ტექნოლოგიურ მეთოდებზე დაყრდნობით, სრულად შევისწავლოთ დაპროგრამირების ენების ალგორითმის ობიექტი, რაც თეორიული მიდგომის დროს შეუძლებელია.

ბოლო წლებში საქართველოს ზოგადსაგანმანათლებლო საჯარო სკოლები საკმაოდ კარგად აღიჭურვა ტექნიკური რესურსით, რომელიც ყოველდღიურად

ფართოვდება. კომპიუტერული რესურსი მოითხოვს ახალი მიდგომების დანერგვას. ინტეგრირებული გაკვეთილები სკოლებში ახალი მიმართულებაა, რომელიც მოითხოვს სხვადასხვა საგნების გაერთიანებას ინფორმაციულ ტექნოლოგიებთან. მაგალითად: მათემატიკა და ინფორმაციული ტექნოლოგიები, ფიზიკა და ინფორმაციული ტექნოლოგიები და ა. შ.

მათემატიკურ მოდელირებაში კომპიუტერის გამოყენებამ შეცვალა თვით ცნება „ამოცანის ამოხსნა“. აქამდე მკვლევარი კმაყოფილდებოდა მათემატიკური მოდელის დაწერით, ამჟამად საჭიროა ამოცანა დავიდეს გამოთვლებამდე, რისთვისაც საჭიროა ტრიადა: „მოდელი-ალგორითმი-პროგრამა“. მათემატიკური მოდელირება წარმოადგენს ადამიანის მიერ გარე სამყაროს მოვლენების შეცნობის ერთ-ერთ ძირითად ინსტრუმენტს. იგი არის რეალური ობიექტის, პროცესის ან სისტემის შეიწავლის საშუალება მათი მათემატიკური მოდელით შეცვლის გზით [33, 37, 38, 39, 42].

საჯარო სკოლებში მათემატიკის ამოცანების ამოხსნის ალგორითმების შემოწმების ექსპერიმენტების ერთ-ერთი სფეროა „გამოთვლითი ტექნოლოგია“, რომელიც საინფორმაციო ტექნოლოგიების საშუალებით ალგორითმული ამოცანების ამოსახსნელად იმ შემთხვევებისათვის, როდესაც ტექნოლოგიური პროცესების აღწერა ხდება მათემატიკური ამოცანებით, რომელთა გამოსათვლელად საჭიროა ეფექტური ალგორითმები, რომელიც დამუშავებულია დაპროგრამირების ენებით, საშუალებას გვაძლევს შევქმნათ მათემატიკური ამოცანების ალგორითმები პროგრამა-კოდის საშუალებით და დავხვეწოთ მოსწავლეების კომპიუტერთან ურთიერთობები.

სამეცნიერო წყაროებში ინფორმაციული ტექნოლოგიები წარმოდგენილია როგორც სამეცნიერო დისციპლინა, რომელიც შეისწავლის სწავლებისა და აღზრდის საკითხებს. ფართო გაგებით, ეს არის პედაგოგიკაზე ორიენტირებული ცოდნისა და პრაქტიკის სფერო, რომელიც დაკავშირებული სხვადასხვა საგნებთან მიმართებაში. ინფორმაციული ტექნოლოგიები სასკოლო გარემოში განიხილება როგორც სპეციფიკური მიმართულება, რომლის ფარგლებშიც შეიძლება გამოიყოს სხვადსხვა განშტოებები.

თემის კვლევის და დამუშავების დროს ხშირად გვიხდებოდა სხვადსხვა სახის პედაგოგიური და კომპიუტერული ექსპერიმენტების ჩატარება

ექსპერიმენტი N1. პი რიცხვის გამოთვლის მონტე-კარლოს მეთოდი

ყველასათვის ცნობილია, რომ პი - რიხვი არის ერთ-ერთი ყველაზე გავრცელებული რიცხვი მათემატიკასა და ტექნიკურ მეცნიერებებში, ის იმდენად შთამბეჭდავი და ბევრის მომცველი რიცხვია თავისი არსით და მნიშვნელობით, რომ მასზე დაიწერა მრავალი წიგნი და ნაშრომი. შემოღებულია პი რიცხვის აღმნიშვნელი საერთაშორისო დღე 14 მარტი. იგი მოფიქრებული და შემოღებული იქნა 1987 წელს სან-ფრანცისკოელ ფიზიკოს ლარი შოუმის მიერ, რომელმაც განაცხადა, რომ თარიღის ამერიკულ სისტემაში (თარიღი/თვე) 14 მარტი რიცხვი პის პირველ ციფრებს ემთხვევა π =3,14... მესამე თვე მეთოთხმეტე დღე. [29, 75-77].

როგორც ცნობილია ტექნიკური ან მათემატიკური ამოცანა მიიღება პრობლემური სიტუაციის ჩამოყალიბებისა და მისი გადაწყვეტის ძიების პროცესში წინადადებების სახით, პრაქტიკული ან რაიმე თეორიული თვალსაზრისის მიხედვით და შემდეგ ითარგმნება მათემატიკურ ენაზე ამოცანის სახით და შემდეგ ხდება მისი ამოხსნა.

ამოცანის ამოხსნა ორი სახისაა: ბრმა ძიება, როცა უცნობია არჩეული ხერხის ვარგისიანობა და მეორე, როდესაც ცნობილია ამოხსნის გზა.

უნდა აღინიშნოს, რომ მათემატიკური მოდელის არსი მდგომარეობს რეალური პროცესების მათემატიკურ იმიტაციაში, რაც კომპიუტერის დახმარებით სრულდება. მას მაშინ მიმართავენ, როდესაც რეალური ექსპერიმენტი ძალზე შრომატევადი, ძვირად ღირებული ან გარკვეულ რისკთან დაკავშირებული პროცესი [27, 30, 38, 40, 44, 49].

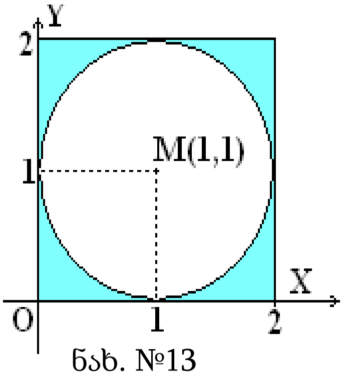
სასკოლო კურსიდან ცნობილია, რომ პი რიცხვი არის წრეწირის სიგრძის შეფარდება თავისივე დიამეტრთან და იგი მუდმივი სიდიდეა ნებისმიერი წრეწირისათვის.

პი რიცხვის შესახებ ინფორმაცია ეგვიპტის პაპირუსებში ჯერ კიდევ 2000 წლის წინ იყო ცნობილი.

პი რიცხვი პირველად განსაზღვრა ინგლისელმა მათემატიკოსმა უ. ჯონსონმა 1706 წელს, ხოლო მისი ფართო გამოყენება დაიწყო 1736 წლიდან, როცა ეს რიცხვი

ლეონარდო ეილერის ნაშრომებში გავრცელდა. მეთვრამეტე საუკუნის ბოლოს ი. ლამბერტმა და ა. ლეჟანდრიმ გამოთქვეს აზრი, რომ პი რიცხვი არის ირაციონალური რიცხვი და ეს აზრი 1882 წელს ფ. ლიდერმანმა დაამტკიცა პი რიცხვის ტრანცენდენტულობა [29].

ამოცანა №10: შეავდგინეთ პი რიცხვის გამოთვლის იმიტაციური მოდელი მონტე-კარლოს მეთოდით.



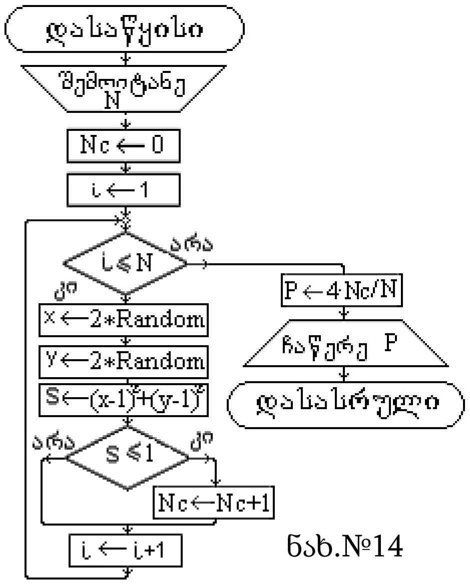
ნახ. №13

ამოხსნა. მონტე-კარლოს მეთოდი გულისხმობს მართკუთხა კორდინატთა სისტემაში (სიბრტყეზე) 2X2 კვადრატში ჩახაზულ R=1 რადიუსის მქონე წრეწირის, ჩახაზვას, რომლის ცენტრი მოთავსებულია M(1,1) წერტილში - კვადრატის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილში (იხილეთ ნახაზი).

მონტე-კარლოს მეთოდი იდეა ასეთია: შემთხვევით იღებენ N რაოდენობის წერტილს კვადრატის შიგნით, რომლის კორდინატებია (x;y). N_c – ავღნიშნოთ იმ (c=Circle) წერტილების რაოდენობა რომელიც წრეწირის შიგნით მოთავსდება, ანუ $(x-1)^2+(y-1)^2\leq 1$ ... (2.3) იმისათვის, რომ წერტილები კვადრატის შიგნით მოთავსდეს აუცილებელია შესრულდეს პირობა $\begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ 0 \leq y \leq 2 \end{cases}$ ... (2.4)

აქ x და y იღებენ შემთხვევითი რიცხვების მიღების გენერაციის ფუნქციის დახმარებით x=2*Random და y=2*Random, რომლებიც ღებულობენ მნიშვნელობებს (0;2) შუალედიდან. ამის შემდეგ უნდა დადგინდეს აღებული წერტილი წრეწილის შიგნით არის მოთავსებული, თუ წრეწირის გარეთ, გეომეტრიულად ეს პროცესი შეიძლება გამოვითვალოთ $\frac{S_c}{S_s}=\frac{N_c}{N}$ ... (2.5) ფორმულების დახმარებით, სადაც $S_c=\pi\cdot R^2=\pi\cdot 1=\pi$, ხოლო $S_s=2\cdot 2=4$ მოცემულ ფორმულაში ამ სისდიდეების შემდეგ მივიღებთ: $\pi=\frac{4\cdot N_c}{N}$ ... (2.6), უნდა აღინიშნოს, რომ რაც უფრო დიდია N რიცხვი მიღებული შედეგი უფრო უახლოვდება პი რიცხვის ნამდვილ მნიშვნელობას π=3.1415922653...

შესაბამის გამოთვლის ალგორითმასა და პროგრამის კოდს ექნება სახე.



ნახ.№14

```
Program  monte-Karlo;
Uses crt;
 Var      i, N, Nc : Longit;
             x, y, P : Real;
     Begin
       Randomize;   Nc:=0;
      Write('Semoitane wertilTa raodenoba: N=' );
        Readln(N);
          For i:=1 to N do
   Begin
     X:=2*Random;
       Y:=2*Random;
         S:= sqr(x-1)+sqr(y-1);
     If S<=1 Then Nc:=Nc+1 ;
   End;
P:=4*Nc/N;
Writeln('Pi=', P:15:13);
End.
```

ექსპერიმენტი ჩატარდა N სხვადსხვა მნიშვნელობებისათვის, ყოველთვის განსხვავებული მნიშვნელობა მიიღებოდა. მიღებული მნიშვნელობები დამოკიდებული იყო წერტილთა აღებულ რაოდენობაზე, როცა n>10000-ზე მიღებული მნიშვნელობა უახლოვდებოდა პი რიცხვს.

როგორც ცნობილია პი რიცხვის გამოთვლის მრავალი ფორმულა არსებობს

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2\cdot 2}{1\cdot 3}\,\frac{4\cdot 4}{3\cdot 5}\,\frac{6\cdot 6}{5\cdot 7}\cdots$$

$$\pi = 4\cdot\frac{8}{9}\cdot\frac{24}{25}\cdot\frac{48}{49}\cdot\frac{80}{81}\cdot\frac{120}{121}\cdots\frac{(2n-1)^2-1}{(2n-1)^2}$$

... (2.3)

თუ ამ ფორმულებით გამოვთვლით π რიცხვის მიახლოვებით მნიშვნელობებს.

QBasic ენაზე პროგრამას ექნება სახე:

```
DATA 100,200,300,400,500,1000,2000,3000, 10000,100000
```

```
CLS
    FOR I = 1 TO 10
        READ  A
            p = 1
            FOR I = 2 TO A
              p = p * ((2 * I - 1) ^ 2 - 1) / (2 * I - 1) ^ 2
          NEXT I
        PRINT  A, "="; 4 * p
      NEXT T
END
```

ამ პროგრამის შესრულების შემდეგ მივიღებთ მნიშვნელობებს

n	Pi
100	3.149456
200	3.145522
300	3.144212
400	3.143556
500	3.143163
1000	3.142378
2000	3.141989
3000	3.141854
10000	3.141854
100000	3.141854

ცხრ. №7

რაც იმას მიგვანიშნებს, რომ 3000 -ის შემდეგ π რიცხვის მნიშვნელობა აღარ შეიცვალა. სინამდვილეში შეიცვალა, მაგრამ ცვლილება იმდენად უმნიშვნელოა, რომ რეალურად ამ სიზუსტის დროს არ ჩანს. გარდა ამისა, ჩვენ შეგნებულად QBasic გავაკეთეთ დაკვირვება, რადგან დაგვენახა დაპროგრამების ენას რა დიდი მნიშვნელობა ეძლევა.

ჯერ კიდევ გასულ საუკუნეში ქართულ სკოლებში π რიცხვის მნიშვნელობების დასამახსოვრებლად მასწავლებლები იყენებდნენ სპეციალურ გამონათქვამებს და ლექსებს, მათ შორის აღსანიშნავია ლექსი ,,რომ π ნახო, π იცოდე, გახსოვდეს ეს რიცხვი მარად, აჰა ლექსი მოგაწოდე გეხმარება უებრად” ამ ლექსში შემავალი ყოველი სიტყვის სიმბოლოთა რაოდენობა შეესაბამება პი რიცხვის ჩანაწერის მნიშვნელობას 3.14159265

დღეისათვის π რიცხვის გამოთვლის რამდენიმე მიახლოვება არსებობს მძიმის შემდეგ ტრილონამდე.

3.1415926535897932384626433832795028841971693993751058209749445923078164062862
08998628034825342117067982148086513282306647093844609550582231725359408128481
11745028410270193852110555964462294895493038196442881097566593344612847564823
37867831652712019091456485669234603486104543266482133936072602491412737245870
06606315588174881520920962829254091715364367892590360011330530548820466521384
14695194151160943305727036575959195309218611738193261179310511854807446237996
27495673518857527248912279381830119491298336733624406566430860213949463952247
37190702179860943702770539217176293176752384674818467669405132000568127145263
56082778577134275778960917363717872146844090122495343014654958537105079227968

დღეს კომპიუტერები საშუალებას იძლევიან პი რიცხვის მიშვნელობა გამოვთვალოთ მძიმის შემდეგ რამდენიმე ასეულ მილიარდამდე.

შენიშვნა. კომპიუტერული ექსპერიმენტების ჩატარების დროს დიდი ყურადღება ექცევა იმიტაციურ მოდელირებას, რაც გულისხმობს მათემატიკური მოდელის და კომპიუტერების შესაძლებლობის ეფექტურ გამოყენებას.

მოვლენის კომპიუტერული იმიტაციური მოდელი არის მათემატიკური ფორმულების (განტოლებების, უტოლობების), დამატებითი პირობებისა და გამოყენების საზღვრების დინამიური გამოსახვა ვირტუალური სამყაროდან დისპლეის ეკრანზე გადმოტანით (როგორც ლოკალური ასევე გლობალური ქსელების დახმარებისთვის).

კომპიუტერული ექსპერიმენტების ჩატარებისას მნიშვნელოვანია დაპროგრამირების ენის შერჩევა, რადგან ენა ხშირად ცვლის ამოცანის ამოხსნის ალგორითმის ჩაწერის სტრუქტურას და ქმნის გარკვეულ პრობლემებს.

კომპიტერზე ამოცანების ამოხსნისას დღეს ყველაზე ხშირად სარგებლობენ სხვადასხვა დაპროგრამირების ენით, როგორიცაა: **C, C++, C#, Java, Java Script, Delphi, Vbasic** და სხვა ენები. ყველა ენა იძლევა ალგორითმული აზროვნების გარკვეული სტილს (ლოგიკისა და კულტურის ჩამოყალიბებას).

ხშირად კომპიუტერული ექსპერიმენტის ზოგადი სქემა ასე განიხილავენ:

პრობლემა → ამოცანა → მოდელი → ალგორითმი → პროგრამა (კოდი) → ვიზუალიზაცია →ტესტირება → სასაზღვრო პირობების დადგენა.

კომპიუტერული ექსპერიმენტების ჩატარებისას ხშირად გამოიყენება შემთხვევითი სიდიდეების – რიცხვების მიღების – გენერაციის სპეციალური ფუნქციები, რომელთა მიღების ალგორითმები სხვადსხვა ალგორითმულ ენებში განსხვავებულია, მაგრამ საშედეგო მნიშვნელობები ერთმანეთისაგან თითქმის არ განსხვავდებიან, რადგან უმრავლესობა (0,1) ინტერვალშია განსაზღული ან მომხმარებელი თვითონ განათავსებს საჭირო საზღვარებში. მაგალითად პასკალ ენაში შემთხვევითი რიცხვების მისაღებად გამოიყენება Random(x), რომლის სხვადსხვა შესაძლო ვარინატს იძლევა პროცედურა Randommize დახმარებით, ანალოგური შემთხვეა გვაქვს C ენაშიც. აღსანიშნავია ისიც, რომ ყველა ალგორითმულ ენაში შემთხვევითი რიცხვების მთლელის ალგორითმი სხვადასხვა სახითაა აგებული, ეს ძირითადათ დამოკიდებულია ავტორთა ,,ნაპოვნ” ალგორითმზე. ერთ–ერთ საინტერესო ალგორითმს წარმოადგენს ლიტერატურა [93, 94].

მოცემული შემთხვევით რიცხვებს პოვნის გენერაციის რეკურსული ფორმა:

$Y_{n+1}=a \cdot Y_n + C \bmod m$ ... (2.7), სადაც n>1

$$m=2^{15}=32768 \qquad C = m(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{6}) \approx 6925 \qquad a=\frac{m\cdot\pi}{8}=12869$$

ამვე დროს ავტორთა აზრით a უნდა აკმაყოფილებდეს პირობებს a mod 8 = 5 და $m/100 < a < m-\sqrt{m}$ და c უნდა იყოს კენტი. აღნიშნული პირობების გათვალისწინებით ეს შეგვიძლია ნებისმიერ ენეზე დავწეროთ მისი პროგრამა. ასევე შეგვიძლია შევადგინოთ შემთხვევითი რიცხვების პოვნის ფუნქციები სხვადასხვა ალგორითმებითა და რიცხვითი მონაცემების მიხედვით

```
Function Next(Var seed: Integer) : Integer;
  const   m=37;  n=3;  k=64;
    Begin
        next:=seed;
        seed:=(m*seed+n)mod k;
    End;
Function Rnd(Var seed: Integer) : Real;
  const   m=25173;
          n=13849;
```

```
        k=65536;
  Begin
     Rnd:=seed/k;
     seed:=(m*seed+n) mod k;
  End;
```

განვიხილოთ ამოცანები რომლებიც რიცხვითი ექსპერიმენტის ჩატარებას შეესაბამება.

ამოცანა №12. ორ კმათელს აგდებენ 1000-ჯერ. საჭიროა დავადგინოთ რამდენჯერ მოვიდა თითვეული რიცხვი და რამდენჯერ დაჯდება წყვილი.

ამოხსნა. შემთხვევითი რიცხვების მიღების გენერაციის ფუნქციის გამოყენებით შეგვიძლია კამათელის რიცხვის მოსვლის დიაპაზონი გამოვთვალოთ ფორმულით Agdeba1 და Agdeba2 დახმარებით, ხოლო დანარჩენი პროცესი არის თვლა, რა მოვა და შემდეგ მათი დამახსოვრება. შესაბამის პროგრამას ექნება სახე:

```
 Program   KamaTeli;
 Uses WinCrt;
  Const n=1000;
     X: array [1..6] of string =('ერთი', 'ორი', 'სამი', 'ოთხი', 'ხუთი', 'ექვსი');
     y: array [1..6] of string =('იაგანი', 'დუბარა', 'ჯუტსე', 'დორჩარი', 'დუბეში',
‘დუშეში');
     Var     a, b : Array [1..6] of integer;
         agdeba2, agdeba1, i, j : integer;
      Begin
       For i:=1 to 6 do begin a[I]:=0; b[i]:=0 end;
         randomize;
           For I:=1 to n do
            Begin
             Agdeba1:=trunc(1+random(6));
             Agdeba2:=trunc(1+random(6));
               Case agdeba1 of
                           1: a[1]:=a[1]+1;      {ერთი}
                           2: a[2]:=a[2]+1;      {ორი}
                           3: a[3]:=a[3]+1;      {სამი}
                           4: a[4]:=a[4]+1;      {ოთხი}
```

```
                5: a[5]:=a[5]+1;      {ხუთი}
                6: a[6]:=a[6]+1;      {ექვსი}
          End;
        if agdeba1=agdeba2 then b[agdeba1]:= b[agdeba1]+1;
        End;
      For I:=1 to 6 do
    Writeln('   ',x[i], '  iyo  ', a[i], ' --> ', y[i], '=',b[i]);
   End.
```

კომპიუტერული ექსპერიმენტების ჩატარების დროს, სულ სხვადასხვა მნიშვნელობები მივიღეთ, იხილეთ ცხრილი:

N	1	2	3	4	5	6	
1	159	210	160	180	140	151	**1000**
2	161	195	132	197	188	127	**1000**
3	180	137	181	136	167	199	**1000**
4	135	158	172	154	176	205	**1000**
5	176	169	163	168	154	170	**1000**
6	145	161	154	190	156	194	**1000**
7	192	148	146	182	182	150	**1000**
8	146	155	157	192	178	172	**1000**
9	189	163	183	152	187	126	**1000**
10	177	181	138	173	178	153	**1000**

ცხრ. №8

N	1--1	2--2	3--3	4--4	5--5	6--6
1	18	17	22	24	17	2
2	13	18	23	24	8	14
3	15	13	17	18	21	16
4	19	18	16	15	7	25
5	11	19	19	17	19	15
6	13	17	12	16	22	20
7	21	15	17	17	16	14
8	26	23	13	18	9	11
9	21	12	10	19	19	19
10	17	9	14	23	17	20

ცხრ. №9

ცხრლი №8 წარმოადგენს ექსპერიმენტის დროს თითოეული რიცხვების მოსვლის რაოდენობას, ხოლო ცხრლი №9 წარმადგენს ერთდროულად ორივე კამათელზე ერთნაირი რიცხვების მოსვლას.

ექსპერიმენტი №2. თვლის სიტემები. ადამიანს უხსოვარი დროიდან უხდებოდა მათ გარშემო არსებული საგნების დათვლა (ივანე ჯავახიშვილი, 1930), რამაც ადანიანები რიცხვის ცნებამდე მიიყვანა. ჯერ კიდევ როდის ამბობდა პლატონი ,,ქვეყანას რიცხვები მართავენო". დროთა შესაბამისად ადამიანები თვლის სხვადასხვა სისტემებით სარგებლობდნენ. ითვლიდნენ ორობით, სამობით, ხუთობით, შვიდობით, ათობით, თორმეტობით, თექვსმეტობით, ოცობით, სამოცობით და ა.შ.

ყოველი თვლის სისტემის წარმოშობას თავისი ისტორიული საფუძველი გააჩნია, მაგალითად, თვლის ათობითი სისტემა დაკავშირებულია ადამიანის ხელებზე განლაგებული თითების რაოდენობაზე. ხშირად მას „ზოოლოგიურ სისტემასაც" უწოდებენ.

ციფრს ან ციფრთა (სიმბოლოთა) მიმდევრობას რიცხვი ეწოდება, ყოველი ციფრი არის განსხვავებული სიდიდის გამოსახვისათვის შემოღებული სიმბოლო.

წესების ერთობლიობას, რომელიც საშუალებას გვაძლევს ციფრების ან სიმბოლოების საშუალებით დავასახელოთ და ჩავწეროთ რიცხვები, თვლის სისტემა ეწოდება. თვლის სისტემა ორი სახისაა: პოზიციური და არაპოზიციური.

თვლის ისეთ სისტემას სადაც ,,ციფრი" იცვლის თავის მნიშვნელობას იმ ადგილის – პოზიციის მიხედვით, რომელიც მას უკავია ციფრთა მიმდევრობაში, **პოზიციური** სისტემა ეწოდება.

თვლის პოზიციური სისტემებია: ორობითი, რვაობითი, თექვსმეტობითი, ათობითი და ა.შ.

თვლის პოზიციურ სისტემეის ერთ-ერთი ძირითადი მაჩვენებელია სისტემის ფუძე. ფუძე შეიძლება იყოს 2, 3, 4, ... , 8, 9, 10, ... , 16, და ა.შ. იხილეთ ცხრილი №3.

ფუძე	ციფრები																	ციფრთა რაოდენობა
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	
2	0	1																2
3	0	1	2															3
4	0	1	2	3														4
5	0	1	2	3	4													5
6	0	1	2	3	4	5												6

7	0	1	2	3	4	5	6											7
8	0	1	2	3	4	5	6	7										8
9	0	1	2	3	4	5	6	7	8									9
10	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9								10
11	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A							11
12	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B						12
13	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C					13
14	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D				14
15	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E			15
16	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F		16
17	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	G	17

ცხრ. №10

თვლის ისეთ სისტემას, რომელშიც ,,ციფრის" მნიშვნელობა დამოკიდებული არ არის იმ ადგილზე, ანუ პოზიციაზე, რომელიც მას უკავია ციფრთა მიმდევრობაში, არაპოზიციური სისტემა ეწოდება.

თვლის რომაული სისტემა არაპოზიციურია I =1, V=5, X=10, L=50, C=100, D=500, M=1000

თვლის რომაული სისტემაში რიცხვის გამოსახვისათვის არსებობს შვიდი სპეციალური სიმბოლო _ ,,რომაული ციფრები", რომელთა კომბინაცია საშუალებას გვაძლევს ჩავწეროთ ნებისმიერი რიცხვი და ამავე დროს ისინი ინარჩუნებენ თავის მნიშვნელობებს, მიუხედავათ იმისა თუ რა ადგილი უკავიათ მათ ციფრთა მიმდევრობაში.

მაგალითად: XXI არის „ოცდაერთი" (ოცდამეერთე), ხოლო ჩანაწერი XIX „ცხრამეტი" (მეცხრამეტე).

თვლის რომაულ სისტემაში ყველა რიცხვი განისაზღვრება შეკრება–გამოკლების სპეციალური წესით. კერძოდ: თუ „ციფრს" მარცხნიდან უწერია პატარა სიდიდის აღმნიშვნელი „ციფრი", მაშინ მარჯვნივ მდგომ დიდ ციფრს აკლდება მარცხნივ მდგომი პატარა ციფრის მნიშვნელობა .

მაგალითად: IX = 10 - 1 = 9

XL = 50 - 10 = 40

ხოლო, თუ „ციფრს" მარჯვნიდან უწერია უფრო პატარა ან ტოლი ციფრი, მაშინ რიცხვის მნიშვნელობა ამ ციფრების ჯამის ტოლია, მაგალითად:

XI = 10 + 1 = 11

LX = 50 + 10 = 60

მართალია, თვლის რომაული სისტემა არითმეტიკული მოქმედებებისთვის არ გამოიყენება, მაგრამ ამ სისტემაში შესაძლებელია ერთი და იგივე რიცხვი რამდენიმე სახით ჩავწეროთ:

მაგალითად: XXXX = 40, XL=40, XXXVV=40, LXC = 40

ამ ჩანაწერებიდან შეიძლება გაკეთდეს დასკვნა, რაც უფრო ნაკლები სიმბოლოები გამოიყენება რიცხვის ჩასაწერად, მით უფრო უკეთესია, მაგრამ ზოგიერთი ავტორი პირველ ჩანაწერს უფრო დიდ მნიშვნელობას ანიჭებს.

აქვე უნდა ავღნიშნოთ, რომ არაპოზიციურ თვლის სისტემას შეიძლება მივაკუთნოთ ქართული ანბანის ,,**აბგდევზჱთიკლმნჲოპჟრსტჳუფქღყშჩცძწჭხჴჯჰჵ**“ ასოებიც, რადგან ქართული ენის ყველა ასოს გარდა ბგერითი მნიშვნელობისა, შეესაბამება რიცხვითი მნიშვნელობებაც. ისიც აღსანიშნავია, რომ ასოების ნუმერაცია ქართველებმა შექმნეს ბერძნებისგან დამოუკიდებლად [50] და რიცხვითი მნიშვნელობების სპეციალური ცხრილი შექმნეს.

თანრიგები	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ერთეული	ა	ბ	გ	დ	ე	ვ	ზ	" "	თ
ათეული	ი	კ	ლ	მ	ნ	" "	ო	პ	ჟ
ასეული	რ	ს	ტ	უ	ფ	ქ	ღ	ყ	შ
ათასეული	ჩ	ც	ძ	წ	ჭ	ხ	" "	ჯ	ჰ

:

ცხრ. №11

ძველ ქართულ ანბანში 38 ასო-ნიშანს ხმარობდნენ, თანამედროვე ,,მხედრულში'' კი გამოიყენება 33 ასო, [63,95] ამიტომ ზემოთ განხილული ცხრილი ძირითადათ შეესაბამება მხედრული ანბანის ასოებს, რადგან თანამედროვე ანბანში არ იხმარება ისეთი ასოები, როგორიცაა: ჱ — ჰე, ჲ — იოტა, ჳ — ვიე, ჴ — ხარი, ჵ — ჰოე.

მათი შესაბამისი ადგილები ცხრილში 8, 60, 7000, 10000 ცარიელია და მათი მნიშვნელობები შეიძლება გამოისახოს სხვა ასოების დახმარებით.

2017 =,,ციზ“, 777= „ღოზ“, 5001 =,,ჭა“ და ა.შ. [95].

ქართულ ანბანში 10000 რიცხვის ზევით გამრავლების ხერხით სარგებლობდნენ, მაგალითად : ,,მიჩ” = 50000 (მ = 40 , ი = 10 , ჩ = 1000) ე. ი. ,,მიჩ” = (40+10)*1000 = 50000

რადგან ახალ ქართულ ანბანში მე-8-ე, მე-60-ე და მე-7000-ე ანბანის ასოები - სიმბოლოები აღარ გამოიყენება და მათი შესაბამისი რიცხვებიც, ამიტომ მათ ადგილას ჩავანაცვლეთ მათი წინა და/ან მომდევნო ასოების შესაბამისი მნიშვნელობები. ნატურალური ათობითი რიცხვების გადაყვანა ქართული ,,ანბანის რიცხვით“ სისტემაში პროგრამულად კოდს ექნბა სახე:

```
program anbani;
  uses wincrt;
  label 10;
  const B : Array [1..36]of char=' აბგდევზზთიკლმნოოპჟრსტუფქღყშჩცძწხჭჭჯჰ';
       A : Array [1..36]of Integer = (1,  2,  3, 4, 5, 6,  7, 7, 9, 10,20,30,40,50, 50,70,80, 90,
                              100, 200, 300, 400, 500, 600, 700,800, 900,1000, 2000, 3000,
                              4000, 5000, 6000, 6000, 8000, 9000);
  var i, x, d : Integer;
         y : String;
   Begin
      Write('შემოიტანე  X რიცხვი:');
          Read(x); y:=''; d:=x;
           for i:=36 downto 1 do
             begin
        10:     if x>=A[i] Then begin y:=y+B[i]; x:=x-A[i]; GOTO 10; end;
           End;
       Write('  es ricxvi ', d, ' = ',y);
   end.
```

თვლის ერთი პოზიციური სიტემიდან მეორე პოზიციურ სისტემაში გადაყვანისთვის საჭიროა შევადგინოთ სპეციალური ალგორითმი და პროგრამის კოდი. მთავარია პირველ ეტაპზე მოვახდინოთ ათობითი რიცხვების გადაყვანა ორობით და სხვა ფუძიან რიცხვით სისტემებში (3, 4, ... , 8, 9, ...).

ამოცანა №13: ჩაწერეთ ათობითი რიცხვები რომაულ რიცხვით სისტემაში.

ამოხსნა: ავღნიშნავთ, რომ ამ ამოცანის გდასაწყვეტად საჭიროა გავითვალისწინოთ რომაული რიცხვების ჩაწერის თავისებური მოთხოვნები, რომელიც ზემოთ აღვწერეთ, ამ სემთხვევაში გამოგვადგება თუ რომაულ ციფრებს ჩავწერთ შემდეგი სახით: 'M', 'CM', 'D', 'CD', 'C', 'XC', 'L', 'XL', 'X', 'IX', 'V', 'IV', 'I' ასევე მათ უნდა შეუსაბამოთ ათობითი რიცხვების მნიშვნელობები: 1000, 900, 500, 400, 100, 90, 50, 40, 10, 9, 5, 4, 1 სულ 13-13 რიცხვი. გადაყვანის დროს გაყოფას ვიწყებთ დიდ რიცხვზე და შემდეგ ვაგრძელებთ კლებად შესაბამის რიცხვებზე, მანამ სანამ შეტანილი რიცხვი არ გახდება ნულის ტოლი.

```
Program  Romauli_aTobiTSi;
    Uses  crt;    label 10;
   Const  A: Array [1. . 13]  of  Integer = (1000, 900, 500,
                                 400, 100,  90, 50, 40, 10, 9, 5, 4, 1);
          B: Array [1. . 13]  of  string = ('M', 'CM', 'D', 'CD', 'C',
                                 'XC', 'L', 'XL', 'X', 'IX', 'V', 'IV', 'I');
         Var  I, T, P, Y:  Integer;
                    s:  string;
          Begin
           Write ('Semoitane aTobiTi ricxvi 0-dan 32676-mde');
             Read (y); T: = y;
              For  i: =1  TO 13 DO
           10:  IF y>A[i]  Then  Begin
                 y: = y – A[i]; P: = P +1;
                   s: = s + B[i];
                   GOTO  10;
              End;
          writeln ('y =' ,T,' romaulSi = ',s);
        End.
```

ამოცანა №14: ათობითი რიცხვი გადაიყვანეთ ორობითში.

ამოხსნა. ყველსათვის ცნობილია, რომ კომპიუტერის თვლის მშობლიური სისტემაა ორობითი რიცხვითი სისტემა, ათობითი რიცხვის ორობით სისტემაში გადაყვანისათვის საჭიროა ათობით რიცხვი გავყო ორზე მანამ, სანამ გასაუყოფი

რიცხვის მთელ და ნაშთ ნაწილში არ მივიღებთ ერთიანებისა და ნულების მიმდევრობას.

```
Program AtobiTOrobiTi;
Uses crt;
Const Ori  : Array [0..1] of char =('0', '1');
Var     a   : Integer;
        Res : String;
          D : 0. .1;
Begin
  Readln(a);
  Res:='';
  While (a<>0) Do
    Begin
      D:=a mod 2;
      Res:= Ori [d]+res;
      a:=a div 2;
    End;
  Writeln(res);
End.
```

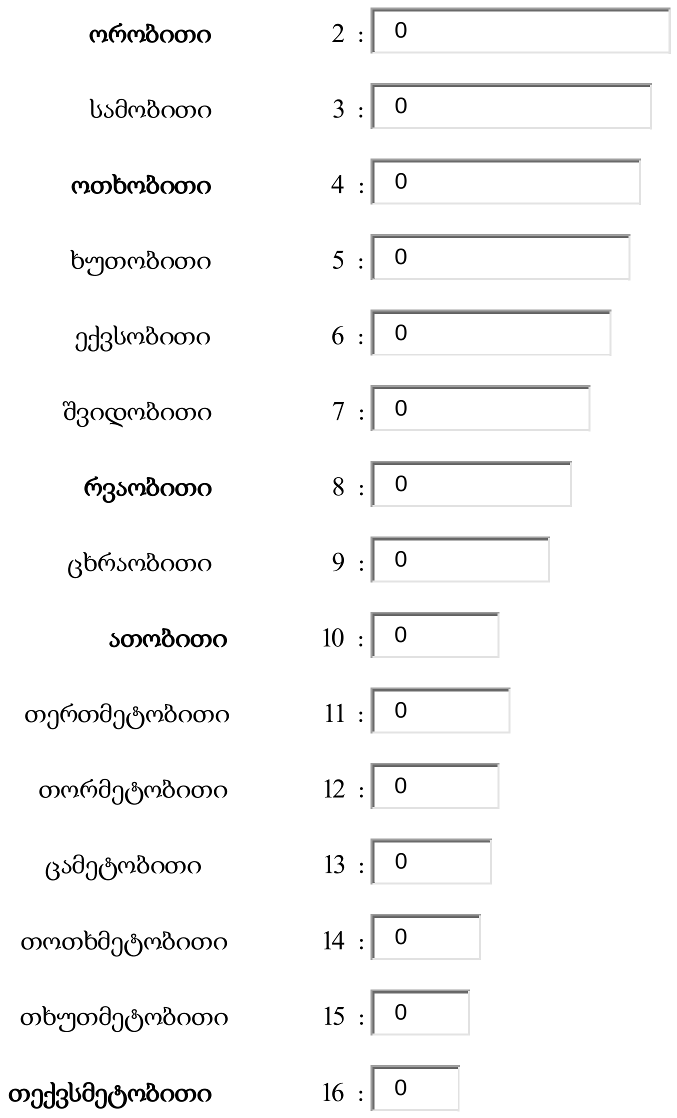
ამ ალგორითმში ათობითი რიცხვი ნაშთად (mod) იყოფა ორზე, თუ მოცემული რიცხვი ლუწია ნაშთი არის ნული, ხოლო თუ კენტია, ნაშთი არის ერთი და ეს მნიშვნელობა იწერება მასივში და შემდეგ ეს რიცხვი div მთელად იყოფა ორზე და ეს პროცესი გაგრძელდება მანამ, სანამ მთელად გაყოფის დროს ეს რიცხვი არ გახდება ნულის ტოლი. შემდეგ ორობითი რიცხვის ჩაწერა ხდება უკვე ბოლოდან დალაგებული ტექსტური მონაცემის სახით.

როგორც კვლევებმა გვიჩვენი თელავის მუნიციპალიტეტში შემავალი საჯარო სკოლების მათემატიკის 24 მასწავლებლებთან და ასევე ახმეტის, ყვარლის და გურჯაანის მუნიციპალიტეტების სკოლების მათემატიკის 15 მასწავლებელთან შეხვედრების, კონსულტაციების და გასაუბრების დროს აღმოჩნდა, რომ მასწავლებელთა 60%-ზე მეტს უჭირს ათობითი რიცხვების გადაყვანა თვლის სხვადსხვა სიტემაში. ჩვენ მათვის ჩავატარეთ ტრენინგი ,,რიცხვითი სისტემები და მათი ურთიერთ კავშირი“ და სპეციალურად გაკვეთილებზე დასახმარებლად

მათთვის და მოსწავლეებისათვის შევქმენით ,, რიცხვითი სისტემების კონვერტორი“ (2012 წელს), რომელიც საშუალებას იძლევა დროის მცირე მონაკვეთში (ერთ წამში) ათობითი (ან სხვა ფუძიანი) რიცხვების გადაყვანას ნებისმიერ ფუძის (2, 3, 4, . . . 13, 14, 15, 16) მქონე რიცხვთა სისტემაში. ამ კონვერტორის პროგრამა დაწერილია Java Script ენაზე რომელიც საშუალებას იძლევა გაშვებული იქნეს ინტერნეტ ბრაუზერის გამოყენებით. (ეს პროგრამა უფასოდ ვრცელდება მთელ საქართველოში)

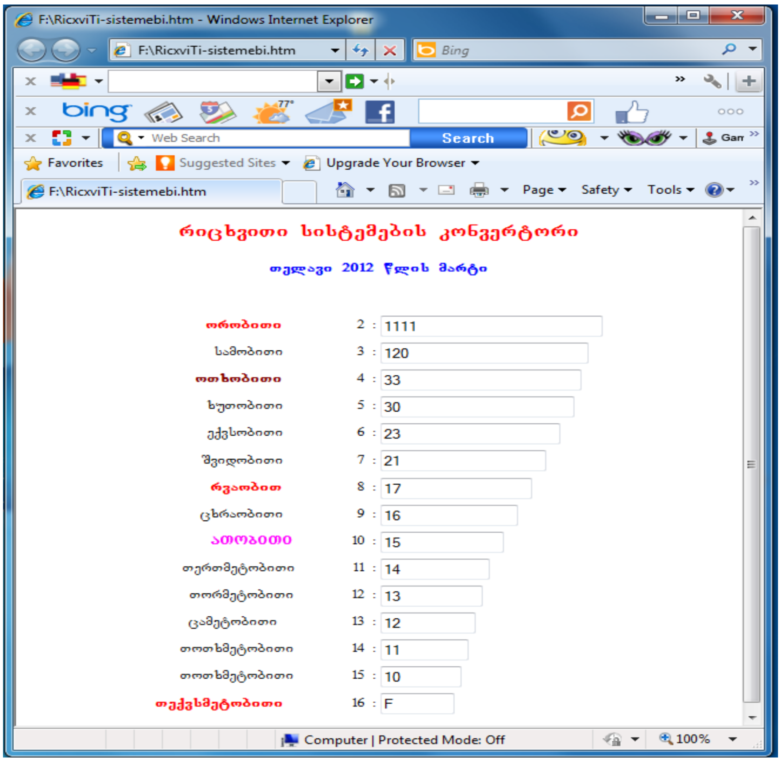
რიცხვითი სისტემების კონვენტორი

თელავი 2012 წლის მარტი



ნახ. №15

ეს კონვერტორი ვიზუალურად გამოიყურება [41], [44] ასე.



სურ. №4

ამ კონვერტორის დახმარებით შესაძლებელია ნებისმიერი ნატურალური რიცხვი გადავიყვანოთრიცხვითი თვლის ერთი სისტემიდან მეორეში. კონვერტორს შეუძლია რიცხვის თვლის ორობითი სისტემიდან გადაიყვანოს ნებისმიერ რიცხვით სისტემაში თექვსმეტობითი რიცხვების ჩათვლით.

კონვერტორის კოდი დაწერილია HTML და Java Script დაპროგრამირების ენების გამოყენებით და მუშაობს ძალიან სწრაფად - ერთ წამში ნებისმიერი რიცხვითი სისტემის დიდი რიცხვი, მაგალითად ათობითი რიცხვი 999 999 999 999 (ცხრაას ოთხმოცდა ცხრამეტი მილიარდ - ცხრაას ოთხმოცდა ცხრამეტი მილიონ - ცხრაას ოთხმოცდა ცხრამეტიათას - ცხრაას ოთხმოცდა ცხრამეტი) გადაჰყავს 14 განსხვავებულ რიცხვით სისტემაში.

შესაბამის კოდს აქვს სახე:

```
<HTML><HEAD>
<META content="text/html; charset=windows-1251" http-equiv=Content-Type>
<SCRIPT language=JavaScript>
 var hex = new Array("0", "1", "2", "3", "4", "5", "6", "7", "8",
                "9", "A", "B", "C", "D", "E", "F");
```

```
function CKparseInt(n, r) {
    for (var i = 0; i < n.length; ++i)
      if (n.charAt(i) >= r) {
         alert("Invalid digit");
        return 0;
       }
       if (isNaN(M = parseInt(n, r)))
      alert ("Secdomaa ricxviT simboloSi");
     return M;
    }
function DecimaltoAnother(A, radix)
  {
   s = "";
    while (A >= radix)
    {
      s += hex[A % radix];
      A = Math.floor(A / radix);
     }
    return transpose(s += hex[A]);
  }
  function transpose(s)
   {
    N = s.length;
     for (i = 0,t = ""; i < N; i++)
     t += s.substring(N-i-1, N-i);
   return t;
   }

function EvalAny(item, r)
  {
```

```
M = CKparseInt(item.value, r);
for (var i = 0, MyForm = document.forms[0]; i < MyForm.length; ++i)
MyForm.elements[i].value = DecimaltoAnother(M,
MyForm.elements[i].name.substr(1,3));
}
</SCRIPT>
<META name=GENERATOR content="MSHTML 8.00.7601.17514"></HEAD>
<BODY>
<CENTER>
<H3><FONT color=#ff0000 face=AcadNusx>ricxviTi sistemebis konvertori</FONT></H3>
<H3><FONT color=#0000ff><FONT size=2 face=AcadNusx>Telavi 2012 wlis
marti</FONT><FONT size=2> </FONT></FONT></H3><BR>
<FORM method=post>
<TABLE border=0 align=center>
 <TBODY>
 <TR>
  <TD align=right>
   <P><FONT color=#ff0000><B><FONT face=AcadNusx><FONT size=2>orobiTi
   </FONT></FONT></B></FONT><FONT size=2
   face=AcadNusx>        2 :
</FONT></P></TD>
  <TD><INPUT onchange="EvalAny(this, 2)" value=0 size=27 name=b002>
  </INPUT></TD></TR>
 <TR>
  <TD align=right><FONT face=AcadNusx><FONT size=2>samobiTi
   </FONT></FONT><FONT size=2
   face=AcadNusx>        3 : </FONT></TD>
  <TD><INPUT onchange="EvalAny(this, 3)" value=0 size=25 name=t003>
  </INPUT></TD></TR>
 <TR>
```

```
  <TD align=right><FONT size=2 face=AcadNusx>  </FONT><B><FONT
    color=#800000 size=2 face=AcadNusx>oTxobiTi </FONT></B><FONT size=2
    face=AcadNusx>        4 :</FONT></TD>
  <TD><INPUT onchange="EvalAny(this, 4)" value=0 size=24 name=t004>
  </INPUT></TD></TR>
<TR>
  <TD align=right><FONT size=2 face=AcadNusx>xuTobiTi
            5 : </FONT></TD>
  <TD><INPUT onchange="EvalAny(this, 5)" value=0 size=23 name=q005>
  </INPUT></TD></TR>
<TR>
  <TD align=right><FONT size=2 face=AcadNusx>eqvsobiTi
            6 : </FONT></TD>
  <TD><INPUT onchange="EvalAny(this, 6)" value=0 size=21 name=q006>
  </INPUT></TD></TR>
<TR>
  <TD height=27 align=right><FONT size=2
    face=AcadNusx>SvidobiTi         7
    :</FONT></TD>
  <TD height=27><INPUT onchange="EvalAny(this, 7)" value=0 size=19
    name=q007> </INPUT></TD></TR>
<TR>
  <TD align=right><FONT face=AcadNusx><B><FONT color=#ff0000><FONT
    size=2>rvaobiT </FONT></FONT></B><FONT
    size=2>        8 :</FONT></FONT></TD>
  <TD><INPUT onchange="EvalAny(this, 8)" value=0 size=17 name=o008>
  </INPUT></TD></TR>
<TR>
  <TD align=right><FONT size=2 face=AcadNusx>cxraobiTi
            9 :</FONT></TD>
```

```
 <TD><INPUT onchange="EvalAny(this, 9)" value=0 size=15 name=o009>
 </INPUT></TD></TR>
<TR>
 <TD align=right><FONT face=AcadMtavr><B><FONT color=#ff00ff><FONT
  size=2>aTobiTi </FONT></FONT></B></FONT><FONT size=2><FONT
  face=AcadMtavr> </FONT><FONT face=AcadNusx>    
  10 : </FONT></FONT></TD>
 <TD><FONT color=#ff00ff><INPUT onchange="EvalAny(this, 10)" value=0
  size=13 name=d010></FONT> </INPUT></TD></TR>
<TR>
 <TD align=right><FONT size=2 face=AcadNusx> 
  TerTmetobiTi       11 :</FONT></TD>
 <TD><INPUT onchange="EvalAny(this, 11)" value=0 size=11 name=d011>
 </INPUT></TD></TR>
<TR>
 <TD align=right><FONT size=2 face=AcadNusx>  TormetobiTi
        12 :</FONT></TD>
 <TD><INPUT onchange="EvalAny(this, 12)" value=0 size=10 name=d012>
 </INPUT></TD></TR>
<TR>
 <TD align=right><FONT size=2 face=AcadNusx>  cametobiTi
          13 :</FONT></TD>
 <TD><INPUT onchange="EvalAny(this, 13)" value=0 size=9 name=d013>
 </INPUT></TD></TR>
<TR>
 <TD align=right><FONT size=2 face=AcadNusx> 
  ToTxmetobiTi       14 :</FONT></TD>
 <TD><INPUT onchange="EvalAny(this, 14)" value=0 size=8 name=d014>
 </INPUT></TD></TR>
<TR>
```

```
   <TD align=right><FONT size=2 face=AcadNusx>  TxuTmetobiTi
          15 :</FONT></TD>
   <TD><INPUT onchange="EvalAny(this, 15)" value=0 size=7 name=d015>
   </INPUT></TD></TR>
  <TR>
   <TD align=right><FONT face=AcadNusx><B><FONT color=#ff0000><FONT
    size=2> TeqvsmetobiTi</FONT> </FONT></B><FONT size=2> 
       16 : </FONT></FONT></TD>
   <TD><INPUT onchange="EvalAny(this, 16)" value=0 size=6 name=h016>
   </INPUT></TD></TR></TBODY></TABLE></FORM></CENTER><!-- layer --><FONT
color=#ffff00>
<SCRIPT language=Javascript>

  function setCookie(name, value) {
          var expires=60*60*24;
          var path="/";
          var todaydate=new Date();
      var domain=".boom.ru";

          var expdate=new Date(todaydate.getTime()+expires*1000);
   var curCookie = name + "=" + escape(value) +
            "; expires=" + expdate.toGMTString()  +
            "; domain=" + domain +
            ((path) ? "; path=" + path : "");
          return curCookie;
}
function getCookie(name) {       var prefix = name + "="
      var cookieStartIndex = document.cookie.indexOf(prefix)
      if (cookieStartIndex == -1) return "";
      var cookieEndIndex = document.cookie.indexOf(";", cookieStartIndex + prefix.length)
```

```
        if (cookieEndIndex == -1)
            cookieEndIndex = document.cookie.length
        return unescape(document.cookie.substring(cookieStartIndex + prefix.length, cookieEndIndex))
    }
    </SCRIPT>
    </FONT>
    <SCRIPT language=JavaScript>
     var posX = 640;
     var posY = 0;
     var searchtime=getCookie("b17306b");
     document.cookie=setCookie("b17306b","1");
     if (self.innerHeight)
         posY = screenY;
     if (self.screenTop)
        posY = screenTop - 20;

     if (self.innerWidth)
          posX = screenX + innerWidth;
     if (document.body)
          posX = screenLeft + document.body.clientWidth;
          posX -= 270;
     if (0 && !searchtime) {
         window.open("www.tsau.edu.ge/boom.html", "Popup17306",
          "menubar=no,resizable=no,width=330,height=270,toolbar=no," +
          "screenX="+posX+",screenY="+posY+",left="+posX+",top="+posY);
         }
        </SCRIPT>
    </BODY>
    </HTML>
```

როგორც ცნობილია, ციფრებთა დიდი რაოდენობით რიცხვის ჩაწერა ან ჩაწერილი რიცხვის წაკითხვა ხშირად მოუხერხებელია, ჭირს მათის გამოთქმა, თანრიგების გარჩევა და რაც მთავარია თანრიგთა სახელწოდებების ცოდნა.

როგორც კვლევებმა გვიჩვენა სკოლებში მოსწავლეთა დიდ ნაწილს უჭირთ მილიონზე დიდი რიცხვის წაკითხვა და მათი ჩაწერა, რადგან არ იციან რიცხვითი თანრიგების სახელწოდებები. ამ პრობლემის გადასაწყვეტად შევადგინეთ პროგრამა Delphi – Object Pascal ენაზე, რომელიც ნებისმიერ ნატურალურ რიცხვს უნდეცილიონამდე ჩაწერს ქართული სიტყვების დახმარებით და მითითებულ ღილაკზე მაუსის დაწკაპუნებით ხმამაღლა წაკითხვას ამ რიცხვს.

მაგალითად, იმისათვის, რომ ყველა რიცხვი ტრილიონის ფარგლებში პროგრამამ ჩაწეროს და წაიკითხოს ხმამაღლა, საჭიროა 16 სიტყვა: ერთი, ორი, სამი, ოთხი, ხუთი, ექვსი, შვიდი, რვა, ცხრა, ათი, ოცი, ასი, ათასი, მილიონი, მილიარდი და ტრილიონი.

რიცხვი ბუნებრივი სახით	**რიცხვი ხარისხის სახით**	დასახელება
1	10^{0}	ერთი
10	10^{1}	ათი
100	10^{2}	ასი
1000	10^{3}	ათასი
1 000 000	10^{6}	მილიონი
1 000 000 000	10^{9}	მილიარდი
1 000 000 000 000	10^{12}	ტრილიონ
1 000 000 000 000 000	10^{15}	კვადრილიონ
1 000 000 000 000 000 000	10^{18}	კვინტილიონ
1 000 000 000 000 000 000 000	10^{21}	სეკსილიონ
1 000 000 000 000 000 000 000 000	10^{24}	სეპსილიონ
1 000 000 000 000 000 000 000 000 000	10^{27}	ოქტილიონ
1 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000	10^{30}	ნონილიონ
1 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000	10^{33}	დეცილიონ
. . .	. . .	. . .

ცხრ. №12

```
unit Unit1; {unit1.pas ჩაწერილია კატალოგ Informatika-ში }

interface

uses
```

```
  Windows, Messages, SysUtils, Classes, Graphics, Controls, Forms, Dialogs,
  StdCtrls;
type
  TForm1 = class(TForm)
    Button1: TButton;
    Label1: TLabel;
    Edit1: TEdit;
    Button2: TButton;
    procedure Button1Click(Sender: TObject);
    procedure Edit1Change(Sender: TObject);
    procedure Button2Click(Sender: TObject);
    procedure FormCreate(Sender: TObject);
  private
    { Private declarations }
  public
    { Public declarations }
  end;
var
  Form1: TForm1;
implementation
{$R *.DFM}
uses MMSystem;
type
  TNumToWord  = record
     Max : integer;
     Word1 : string;
     Word2 : string;
```

```
  end;
var
  stWavs : string;
const
  Num2Word : array[0..22] of TNumToWord =
    ({(Max:  ; Word1: ''; Word2 ' '),
     (Max:  ; Word1: ''; Word2 ' '),
     (Max:  ; Word1: ''; Word2 ' '),
     (Max:  ; Word1: ''; Word2 ' '),
     (Max:  ; Word1: ''; Word2 ' '),
     (Max: 1000000 ; Word1: 'milion'; Word2: 'მილიონი '),            //25
     (Max: 1000; Word1: 'aTas'; Word2: 'ათასი '),               //24
     (Max: 100; Word1: 'ac'; Word2: 'ასი '),}                          //23
     (Max: 80; Word1: 'oTxmocda'; Word2: 'ოთხმოცი '),               //22
     (Max: 60; Word1: 'samocda'; Word2: 'სამოცი '),          //21
     (Max: 40 ; Word1: 'ormocda'; Word2: 'ორმოცი '),                //20
     (Max: 20; Word1: 'ocda'; Word2: 'ოცი '),                          //19
     (Max: 19; Word1: 'cxrameti'; Word2: 'ცხრამეტი '),                //18
     (Max: 18; Word1: 'Tvrameti'; Word2: 'თვრამეტი '),                //17
     (Max: 17; Word1: 'Cvidmeti'; Word2: 'ჩვიდმეტი '),       //16
     (Max: 16; Word1: 'Teqsveti'; Word2: 'თექსვმეტი '),               //15
     (Max: 15; Word1: 'TxuTmeti'; Word2: 'თხუთმეტი '),               //14
     (Max: 14; Word1: 'ToTxmeti'; Word2: 'თოთხმეტი '),               //13
     (Max: 13; Word1: 'cameti'; Word2: 'ცამეტი '),             //12
     (Max: 12; Word1: 'Tormeti'; Word2: 'თორმეტი '),                 //11
     (Max: 11; Word1: 'TerTmeti'; Word2: 'თერთმეტi '),                //10
     (Max: 10; Word1: 'aTi'; Word2: 'ათი '),                  //9
```

```
    (Max: 9; Word1: 'cxra'; Word2: 'ცხრა  '),                          //8
    (Max: 8; Word1: 'rva'; Word2: 'რვა '),                       //7
    (Max: 7; Word1: 'Svid'; Word2: 'შვიდი '),                          //6
    (Max: 6; Word1: 'eqvs'; Word2: 'ექვსი '),                    //5
    (Max: 5; Word1: 'xuT'; Word2: 'ხუთი '),                            //4
    (Max: 4; Word1: 'oTx'; Word2: 'ოთხი '),                            //3
    (Max: 3; Word1: 'sam'; Word2: 'სამი'),                       //2
    (Max: 2; Word1: 'or'; Word2: 'ორი '),                        //1
    (Max: 1; Word1: ''; Word2: 'ერთი  '));                       //0
// ******************  Word *********************
function st_10_ToWord (i : integer; b: boolean) : string;
var
  n, k : integer;
begin
  Result := '';
  n := i;
  k := 0;
  while n > 0 do begin
    if n >= Num2Word[k].Max then begin
      n := n - Num2Word[k].Max;
      if (n = 0) and b then begin
          Result := Result + Num2Word[k].Word2;
          //PlaySound(PChar('c:\My Documents\pr\Digits\Wavs\' + IntToStr(Num2Word[k].Max) +
'.wav'), 0, 0);
        end else begin
          Result := Result + Num2Word[k].word1;
```

```
            //PlaySound(PChar('c:\My Documents\pr\Digits\Wavs\' + IntToStr(Num2Word[k].Max) +
'da.wav'), 0, 0);
          end;
    end else k := k + 1;
  end;
end;
function st_100_ToWord (i : integer) : string;
var
  a, b : integer;
begin
  a := i div 100;
  b := i mod 100;

  if a > 0 then begin
    Result := st_10_ToWord(a, false);
    if b = 0 then Result := Result + 'ასი' else
      Result := Result + 'ას' + st_10_ToWord(b, true);
  end else Result := st_10_ToWord(b, true);
end;
function st_1_000_ToWord (i : integer) : string;
var
  a, b : integer;
begin
  a := i div 1000;
  b := i mod 1000;
  if a > 0 then begin
    Result := st_100_ToWord(a);
```

```
    if b = 0 then Result := Result + 'ათასი ' else
      Result := Result + 'ათას ' + st_100_ToWord(b);
  end else Result := st_100_ToWord(b);
end;
 function st_1_000_000_ToWord (i : integer) : string;
var
  a, b : integer;
begin
  a := i div 1000000;
  b := i mod 1000000;
  if a > 0 then begin
    Result := st_100_ToWord(a);
    if b = 0 then Result := Result + 'მილიონი ' else
      Result := Result + 'მილიონ ' + st_1_000_ToWord(b);
  end else Result := st_1_000_ToWord(b);
end;
 function stNumberToWord (i : integer) : string;
//var
//   n, k : integer;
begin
   {Result := '';
   n := i;
   k := 0;
   while n > 0 do begin
    if n >= Num2Word[k].Max then begin
      n := n - Num2Word[k].Max;
      if n = 0 then Result := Result + Num2Word[k].Word2
```

```
          else Result := Result + Num2Word[k].word1;
    end else k := k + 1;
  end;}
  if i < 0 then Result := 'minus ';
  Result := Result + st_1_000_000_ToWord(Abs(i));
end;
// *******************  Wave **********************
procedure pr_10_ToWave (i : integer; b: boolean);
var
  n, k : integer;
begin
  n := i;
  k := 0;
  while n > 0 do begin
    if n >= Num2Word[k].Max then begin
      n := n - Num2Word[k].Max;
      if (n = 0) and b then begin
          PlaySound(PChar(stWavs + IntToStr(Num2Word[k].Max) + '.wav'), 0, 0);
        end else begin
          PlaySound(PChar(stWavs + IntToStr(Num2Word[k].Max) + 'da.wav'), 0, 0);
        end;
    end else k := k + 1;
  end;
end;
procedure pr_100_ToWave (i : integer);
var
  a, b : integer;
```

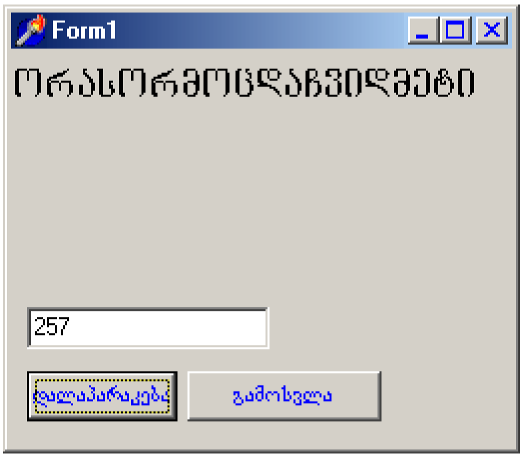
```
begin
  a := i div 100;
  b := i mod 100;
  if a > 0 then begin
    pr_10_ToWave(a, false);
    if b = 0 then PlaySound(PChar(stWavs + '100i' + '.wav'), 0, 0) else begin
      PlaySound(PChar(stWavs + '100' + '.wav'), 0, 0);
      pr_10_ToWave(b, true);
    end;
  end else pr_10_ToWave(b, true);
end;
procedure pr_1_000_ToWave (i : integer);
var
  a, b : integer;
begin
  a := i div 1000;
  b := i mod 1000;

  if a > 0 then begin
    pr_100_ToWave(a);
    if b = 0 then PlaySound(PChar(stWavs + '1000i' + '.wav'), 0, 0) else begin
      PlaySound(PChar(stWavs + '1000' + '.wav'), 0, 0);
      pr_100_ToWave(b);
    end;
  end else pr_100_ToWave(b);
end;
procedure pr_1_000_000_ToWave (i : integer);
```

```
var
  a, b : integer;
begin
  a := i div 1000000;
  b := i mod 1000000;
  if a > 0 then begin
     pr_100_ToWave(a);
     if b = 0 then PlaySound(PChar(stWavs + '1000000i' + '.wav'), 0, 0) else begin
        PlaySound(PChar(stWavs + '1000000' + '.wav'), 0, 0);
        pr_1_000_ToWave(b);
     end;
  end else pr_1_000_ToWave(b);
end;
procedure prNumberToWave (i : integer);
begin
   stWavs := ExtractFilePath(Application.ExeName) + 'wavs\';
   PlaySound(PChar(stWavs + 'minus' + '.wav'), 0, 0);
   //if i < 0 then Result := 'minus ';
   pr_1_000_000_ToWave(Abs(i));
end;
procedure TForm1.Button1Click(Sender: TObject);
begin
   //label1.Caption := stNumberToWord(StrToInt(Edit1.Text));
   prNumberToWave (StrToInt(Edit1.Text));
  // PlaySound('C:\windows\media\ding.wav', 0, 0);
end;
procedure TForm1.Edit1Change(Sender: TObject);
```

```
begin
  label1.Caption := stNumberToWord(StrToInt(Edit1.Text));
end;
procedure TForm1.Button2Click(Sender: TObject);
begin
  Close;
end;
procedure TForm1.FormCreate(Sender: TObject);
begin
  label1.Caption := stNumberToWord(StrToInt(Edit1.Text));
end;
```

კოდში რიცხვების სახელწოდებები "ერთი", "ორი", "სამ", "ოთხ", "ხუთ", "ექვს", "შვიდ", "რვა", "ცხრა", "ათი", "ათას", "მილიონ", "მილიარდ", "ტრილიონ" და ა.შ., წინასწარ შეგვაქვს როგორც მასივის ელემენტების მნიშვნელობები, ასევე კომპიუტერში ვწერთ ამ მასივის ელემენტების ბგერით მნიშვნელობებს ფაილების სახით სპეციალური პროგრამების დახმარებით. რიცხვს რომელსაც პროგრამის ინტერფეისის შესატან ველში ჩავწერთ, ის მყისიერად გამოიტანს ამ რიცხვის შესატყვის ქართულ ენაზე ჩაწერილ ტექსტს, ხოლო თუ ბგერით ღილაკს გავააქტიურბთ, მაშინ კომპუტერის დინამიკებში მოვისმენთ ამ რიცხვის სახელწოდებას ქარტულად..

პრგრამის ვიზუალურ ინტერფეისს აქვს სახე:



სურ. №5

ექსპერიმენტი №3: მოსწავლეების და მასწავლებლების ცოდნის შემოწმება ტესტირების საშუალებით.

მათემატიკის რამდენიმე თემის ცოდნის შემოწმების მიზნით შევარჩიეთ მოხალისე მოსწავლებლები და მასწავლებლეები და ჩავატარეთ ტესტირება წინასწარ შედგენილი თემატიკა, საკითხებისა და ბილეთბის მიხედვით. ტესტირება ჩატარდა სამ განსხვავებულ თემაში (რიცხვითი სისტემები, ალგორითმები და გრაფთა თეორია).

აქ მოვიყვანთ მხოლოდ პირველი ექსპერიმენტის მონაცემებს.

ტესტი №1 რიცხვითი სისტემები

1. გადაიყვანეთ ათობითი რიცხვი თვლის ორობით სისტემაში. (2 ქულა)

   ა) 385

   ბ) 217.875

2. შემდეგი რიცხვითი მიმდევრობა $(24)_5$, $(13)_7$, $(23)_6$, $(14)_8$, $(15)_6$ დაალაგეთ ზრდადობის მიხედვით. (1 ქულა)

3. შეასრულეთ არიტმეტიკული ოპერაციები ორობით რიცხვებზე. (2 ქულა)

   ა) $(1011110111)_2+(1110101101)_2$

   ბ) $(1101) \times (1111)_2$

4. რომელია ექვსის ჯერადი რიცხვი? (1 ქულა)

   ა) $(AB)_{16}$ ბ) $(AC)_{16}$ გ) $(AD)_{16}$ დ) $(AE)_{16}$

5. რომელია ყველაზე დიდი რიცხვი? (1 ქულა)

   ა) $(303)_7$ ბ) $(96)_{16}$ გ) $(188)_9$ დ) $(226)_8$

6. რომელია ყველაზე მცირე? (1 ქულა)

   ა) $(F1)_{16}$ ბ) $(377)_8$ გ) $(11111111)_2$ დ) $(226)_{10}$

7. რომელია მარტივი რიცხვი? (1 ქულა)

ა) $(2E)_{16}$ ბ) $(2C)_{16}$ გ) $(2D)_{16}$ დ) $(2B)_{16}$

8. ამოხსენით განტოლება: $(330)_4+(131)_5=(203)_x$ (1 ქულა)

შედგენილი იყო მოცემული ტესტი 10 განსხვავებული ვარიანტი. ტესტის თითოეული საკითხის მაგალითები განსხვავებული რიცხვითი მონაცემები იყო და დაბეჭდილი იყო 7-7 ვარიანტად (სულ 70 ცალი). ტესტირების შედეგებმა აჩვენა რომ მასწავლებეთა გარკვეულ ნაწილს გაუჭირდა ტესტი პირველი, მესამე და მერვე საკითხები.

ტესტირება ჩატარდა ოთხი მუნიციპალიტეტის საჯარო სკოლებში.

მასწავლებელთა ჯგუფი №1

N	პედაგოგის გ.ს.	1	2	3	4	5	6	7	8	სულ ქულა
		2	1	1	1	1	1	1	1	
1	ა	1	1	1	1	1	1	1	0	7
2	ბ	2	1	1	1	1	1	1	1	9
3	გ	2	1	2	1	1	1	1	1	10
4	დ	2	1	1	1	1	1	1	1	9
5	ე	1	1	1	1	1	1	1	1	8
6	ვ	2	1	2	1	1	1	1	1	10
7	ზ	1	1	1	1	1	1	1	0	7
8	თ	0	1	1	1	1	1	1	0	6
9	ი	2	1	2	1	1	1	1	1	10
10	ი	0	1	1	1	1	1	1	1	7
11	კ	1	1	2	1	1	1	1	1	9
12	კ	0	1	1	1	1	1	1	1	7
13	ლ	0	1	1	1	1	1	1	0	6
14	მ	1	1	2	1	1	1	1	1	9
15	მ	1	1	1	1	1	1	1	1	8
16	ნ	1	1	1	1	1	1	1	1	8
17	ნ	2	1	2	1	1	1	1	1	10
18	ო	2	1	1	1	1	1	1	1	9

19	ო	1	1	2	1	1	1	1	1	9
20	პ	0	1	1	1	1	1	1	1	7
21	პ	0	1	1	1	1	1	1	1	7
22	ყ	1	1	2	1	1	1	1	1	9
23	წ	1	1	1	1	1	1	1	1	8
24	წ	1	1	1	1	1	1	1	1	8
ჯგუფის საშუალო										**197**
მოსწრება		25	24	32	24	24	24	24	20	**197**
8,21		1,04	1	1,33	1	1	1	1	0,83	8,21

ცხრ. №12

მასწავლებელთა

ჯგუფი №2

N	პედაგოგის გ.ს.	1	2	3	4	5	6	7	8	სულ ქულა
		2	1	1	1	1	1	1	1	
1	გ	2	1	2	1	1	1	1	1	10
2	გ	1	1	1	1	1	1	1	1	8
3	გ	0	1	1	1	1	1	1	0	6
4	დ	2	1	2	1	1	1	1	1	10
5	ე	1	1	1	1	1	1	1	1	8
6	ე	0	1	2	1	1	1	1	1	8
7	ზ	1	1	1	1	1	1	1	0	7
8	თ	0	1	0	1	1	1	1	0	5
9	თ	1	1	2	1	1	1	1	1	9
10	ი	0	1	1	1	1	1	1	1	7
11	ი	1	1	2	1	1	1	1	1	9
12	კ	2	1	2	1	1	1	1	1	10
13	კ	2	1	2	1	1	1	1	0	9
14	მ	0	1	1	1	1	1	1	0	6
15	პ	0	1	0	1	1	1	1	0	5
ჯგუფის საშუალო										**117**
მოსწრება		13	15	20	15	15	15	15	9	**117**

7,80	0,87	1,00	1,33	1,00	1,00	1,00	1,00	0,60	7,80

ცხრ. №13

მოსწავლებთა ჯგუფი №1

N	მოსწავლის გ.ს.	1 2	2 1	3 1	4 1	5 1	6 1	7 1	8 1	სულ ქულა
1	ა	1	0	1	0	0	1	1	0	4
2	ა	0	1	1	0	0	1	1	0	4
3	გ	0	0	1	1	1	1	1	0	5
4	გ	0	0	0	1	1	1	0	1	4
5	ე	1	0	0	1	0	0	0	0	2
6	ე	0	0	0	0	1	1	0	1	3
7	ზ	0	0	1	1	0	0	1	0	3
8	თ	0	0	0	1	1	1	1	0	4
9	ი	1	0	0	0	0	0	1	0	2
10	კ	0	0	0	1	1	1	1	0	4
11	კ	0	0	0	0	1	1	0	0	2
12	კ	0	1	1	1	1	0	0	0	4
ჯგუფის საშუალო										**41**
მოსწრება		3	2	5	7	7	8	7	2	**41**
3,42		0,25	0,17	0,42	0,58	0,58	0,67	0,58	0,17	3,42

ცხრ. № 14

მოსწავლებთა

ჯგუფი №2

N	მოსწავლის გ.ს.	1 2	2 1	3 1	4 1	5 1	6 1	7 1	8 1	სულ ქულა
1	ა	0	0	1	0	0	1	1	0	3
2	ბ	0	0	1	0	0	1	0	0	2
3	გ	1	0	1	1	1	1	0	0	5
4	ე	0	0	0	1	1	1	0	1	4
5	ე	1	0	0	1	0	0	0	0	2
6	ვ	0	0	0	0	1	1	0	1	3
7	ზ	1	0	0	1	0	0	1	0	3
8	თ	0	0	0	1	1	1	1	0	4
9	თ	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	ი	0	0	0	1	1	1	0	0	3
11	ი	1	0	0	0	1	1	0	0	3
12	კ	0	0	0	1	1	0	0	0	2
ჯგუფის										**34**

საშუალო									
მოსწრება	4	0	3	7	7	8	3	2	**34**
2,83	0,33	0,00	0,25	0,58	0,58	0,67	0,25	0,17	2,83

ცხრ. №15

პასუხები:

1. ა) $(110000001)_2$ ბ) $(11010001.111)_2$
2. $(13)_7$, $(15)_6$, $(14)_8$, $(24)_5$, $(23)_6$, ანუ ათობითში არის 10, 11, 12, 14, 15
3. ა) $(11010100100)_2$ ბ) $(11000011)_2$
4. დ) $(AE)_{16}$
5. გ) $(188)_9$
6. დ) $(226)_{10}$
7. დ) $(2B)_{16}$
8. $2x^2=98$, $x^2=49$, $x=7$

III თავის დასკვნები

1. ჩამოვაყალიბეთ ზოგადსაგანმანათლებლო საჯარო სკოლების მათემატიკის ამოცანების ამოხსნის ალგორითმების შედგენის და სწავლების მეთოდები.
2. დავამუშავეთ მატემატიკური ამოცანების ამოხსნის ალგორითმის შედგენის მეთოდიკა, რომელიც აპრობირებულია მათემატიკის და ინფორმატიკის კურსის სწავლების პროცესში.
3. გაანალიზებულია მათემატიკის სწავლებაში ალგორითმისა და მისი რეალიზების პროგრამული კოდის ძირითადი მეთოდური ფუნქციური შესაძლებლობა.
4. შემუშავებულია ელექტრონული სასწავლო მასალების მომზადების ალგორითმული და პრაქტიკული სავარჯიშოების შედგენის მეთოდიკური რეკომენდაციები.
5. შემუშავებულია ახალი მიდგომა მათემატიკის ამოცანების ამოხსნის ალგორითმების სწავლებისადმი ვირტუალური გარემოს და მულტიმედია საშუალებების ინტეგრირების კონცეპტუალური მოდელი, რაც გულისხმობს სწავლების ვირტუალურ გარემოს შინაარსობრივ, ორგანიზებულ და

ტექნოლოგიური კომპონენტების მჭიდრო ინტეგრირებას კომპიუტერული სისტემის სხვადასხვა საინფორმაცხიო საშუალებებთან.

ძირითადი დასკვნები და რეკომენდაციები

1. შევისწავლეთ და გავაანალიზეთ ზოგადსაგანმანათლებლო საჯარო სკოლებში მათემატიკის სწავლების პროგრამები და თემები და ის ძირითადი მოთხოვნები, რასაც საქართველოს მეცნიერების და განათლების სამინისტრო მოითხოვს მათემატიკის სწავლებას სკოლის რეფორმის ფარგლებში
2. გამოვლენილია მათემატიკის ამოცანების სასწავლო მიზნები, კვლევისა და განვითარების პრობლემები და ის მთავარი მდგენელი, როგორებიცაა სწავლების თანმიმდევრული აგება, მოსწავლის პასუხების ინტელექტუალური ანალიზი და ინტელექტუალური ხელშეწყობა მათემატიკის ამოცანების ამოხსნისას.
3. გაანალიზებულია მათემატიკის სწავლებაში ალგორითმისა და მისი რეალიზების პროგრამული კოდის ძირითადი მეთოდური ფუნქციები და შესაძლებლობა.
4. შესწავლიალია სიტემატურობისა და თანმიმდევრობის დიდაქტიკური პრინციპი ასათვისებელი მასალის ლოგიკური კავშირის განხორციელებისას.
5. ჩამოვაყალიბეთ ზოგადსაგანმანათლებლო საჯარო სკოლების მათემატიკის ამოცანების ამოხსნის ალგორითმების შედგენის და სწავლების მეთოდები.
6. დავამუშავეთ მატემატიკური ამოცანების ამოხსნის ალგორითმის შედგენის მეთოდიკა, რომელიც აპრობირებულია მათემატიკის და ინფორმატიკის კურსის სწავლების პროცესში.
7. გაანალიზებულია მათემატიკის სწავლებაში ალგორითმისა და მისი რეალიზების პროგრამული კოდის ძირითადი მეთოდური ფუნქციური შესაძლებლობა.
8. შემუშავებულია ელექტრონული სასწავლო მასალების მომზადების ალგორითმული და პრაქტიკული სავარჯიშოების შედგენის მეთოდიკური რეკომენდაციები.

9. შემუშავებულია ახალი მიდგომა მათემატიკის ამოცანების ამოხსნის ალგორითმების სწავლებისადმი ვირტუალური გარემოს და მულტიმედია საშუალებების ინტეგრირების კონცეპტუალური მოდელი, რაც გულისხმობს სწავლების ვირტუალურ გარემოს შინაარსობრივ, ორგანიზებულ და ტექნოლოგიური კომპონენტების მჭიდრო ინტეგრირებას კომპიუტერული სისტემის სხვადასხვა საინფორმაცხიო საშუალებებთან.
10. ჩატარებულია მათემატიკის სწავლების თეორიული და პრაქტიკული ამოცანების გამოყენების ანალიზი. ნაჩვენებია, რომ ალგორითმის და კომპიუტერული პროგრამების სისტემის გამყენება, როგორც მათემატიკის სწავლებისა და ხარისხის ამაღლების საშუალებას აქვს დიდი პერსპექტივა.
11. დავამუშავეთ მათემატიკის სასწავლო კურსის იმ ამოცანათა ამოხსნის ალგორითმის სწავლების შინაარსობრივი და მეთოდური უზრუნველყოფის კომპლექსი, რომელიც მოიცავს: მეთოდიკურ რჩევებს მასწავლებლებისათვის. ამოცანათა ამოხსნის ალგორითმის შედგენის ნიმუშებს და მეთოდურ მითითებებს. კომპიუტერულ ალგორითმულ პრაქტიკულ ნიმუშებს და პროგრამულ-კონვერტორებს, რომელიც შესაბამისობაშია მატემატიკის კურსში შეტანილ სხვადასხვა მასალებთან: შევადგინეთ და გავმართეთ კომპიუტერული პროგრამები მათემატიკის სხვადასხვა ტიპის ამოცანების ამოხსნის რეალიზებისათვის.

გამოყენებული ლიტერატურა

1. ბერულავა, რ., (1988 წ.) „ადამიანი, კომპიუტერები, რობოტიკა და თანამედროვეობა“, გამომცემლობა „საბჭოთა საქართველო“, თბილისი;
2. ბენდუქიძე, ა., (1988 წ.), „მათემატიკა სერიოზული და სახალისო“, „ნაკადული“, თბილისი;
3. ბექაური, თ., საგინაშვილი, ა., 2010 წელი მათემატიკა 5, მასწავლებლის წიგნი, გამომცემლობა „ცის ნამი“, თბილისი
4. გამეზარდაშვილი, ზ., (2004 წ.), „ალგორითმები“, ქუთაისი;
5. გოგიშვილი, გ., ვეფხვაძე, თ., მებონია, ი., ქურჩიშვილი, ლ., (2012 წ.), „მათემატიკა VII“, გამომცემლობა ინტელექტი, თბილისი;
6. გოგიშვილი, გ., ვეფხვაძე, თ., მებონია, ი., ქურჩიშვილი, ლ., (2012 წ.), „მათემატიკა VIII“, გამომცემლობა ინტელექტი, თბილისი;
7. გოგიშვილი, გ., ვეფხვაძე, თ., მებონია, ი., ქურჩიშვილი, ლ., (2012 წ.), „მათემატიკა IX“, გამომცემლობა ინტელექტი, თბილისი;
8. გოგიშვილი, გ., ვეფხვაძე, თ., მებონია, ი., ქურჩიშვილი, ლ., (2012 წ.), „მათემატიკა X“, გამომცემლობა ინტელექტი, თბილისი;
9. გოგიშვილი, გ., ვეფხვაძე, თ., მებონია, ი., ქურჩიშვილი, ლ., (2012 წ.), „მათემატიკა XI“, გამომცემლობა ინტელექტი, თბილისი;
10. გოგიშვილი, გ., ვეფხვაძე, თ., მებონია, ი., ქურჩიშვილი, ლ., (2012 წ.), „მათემატიკა XII“, გამომცემლობა ინტელექტი, თბილისი;
11. გოგიშვილი გ., ვეფხვაძე თ., მებონია ი., ქუჩიშვილი ლ. (2008 წ) მათემატიკა XII კლასის სახელძღვანელო. (VI ნაწილი), გამომცემლობა ინტელექტი. თბილისი.
12. გოგიჩაიშვილი, გ., ჩაჩანიძე, გ., ნანობაშვილი, ქ. (2006 წ.), „ავტომატიზირებული მართვის მოდელები“, თბილისი, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი;
13. გვარამია, გ., ჩხაიძე, ზ., ალიგულაშვილი, ა., ერისთავი, ვ., დოკვაძე, კ., (1985 წ.), „ინფორმატიკისა და გამოთვლითი ტექნიკის საფუძვლები“, საშუალო სკოლის IX კლასის სასინჯი სახელმძღვანელო, „განათლება“, თბილისი;

14. ვინერი, ნ., (1961), „კიბერნეტიკა და საზოგადოება“, სახელმწიფო გამომცემლობა, „საბჭოთა საქართველო“, თბილისი;
15. თავართქილაძე, რ., 1972, „სიმრავლურ-ლოგიკური ენა და მისი გამოყენება მათემატიკის სასკოლო კურსის სწავლებაში“, თბილისის უნივერსიტეტის გამომცემლობა, თბილისი.
16. თოფურია, ს., ხორჯილავა, ვ., გაბიძაშვილი, მ., კვალიაშვილი, ა., (1989 წ.) „ერთცვლადიანი ფუნქციის დიფერენციალური აღრიცხვა“, თბილისი, გამომცემლობა განათლება.
17. იოსავა,. ჯ., (1985 წ) „ეკონომიკური კიბერნეტიკა. ლექციების კურსი I ნაწილი“, თბილისი, თსუ გამომცემლობა
18. მანდარია, გ., პერტახია, ბ., მიქუტიშვილი, ბ., ქავთარაძე, ლ., იარაჯული, ნ., 2004 წ, ინფორმატიკა ალგორითმიზაციის მეთოდები, საქართველოს განათლების სამინისტრო, თბილისი.
19. მარზანო, რობერტ ჯ., ფიქერინგი, დებრა ჯ.ფოლოქი, ჯეინ ი, 2009„ეფექტური სწავლება სკოლაში”. მასწავლებელთა პროფესიული განვითარების ეროვნული ცენტრის მიერ გამოცემული თარგმანი.
20. მელაძე, ჰ., სხირტლაძე, ნ., (2000 წ.), „გამოყენებითი მათემატიკის საწყისები“, თბილისის უნივერსიტეტის გამომცემლობა, თბილისი;
21. მდივანი, მ., 2004, „ინფორმატიკის საფუძვლები“, თბილისი, თბილისი უნივერსიტეტის გამომცემლობა.
22. ნამიჩეიშვილი, ო., გოგიაშვილი, ჟ., (2000 წ.), „ინფორმატიკის შესავალი“, თბილისის უნივერსიტეტის გამომცემლობა, თბილისი;
23. ნოზაძე, გ., (რედ) 2009 წ. სიმრავლეთა თეორია ლოგიკა, გეომეტრია. დამხმარე სახლმძღვანელო პროფესიული განვითარებისათვის. თბილისი, გამომცემლობა მერიდიანი.
24. ნანობაშვილი ქ. ზივზივაძე მ. 2005 წ. მათემატიკის ზოგიერთი საკითხის კომპიუტერული სწავლების მეთოდიკა ელემენტარულ სკოლაში, აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა, ქუთაისი.
25. ნანობაშვილი ქ. ზივზივაძე მ. კაკაშვილი გ. 2016 წ დისტანციური სწავლება, როგორც უწყვეტი განათლების საშუალება. იხ: IV საერთაშორისო სამეცნიერო

კონფერენცია თემაზე: ,,კომპიუტინგი/ინფორმატიკა, განათლების მეცნიერებები, მასწავლებლის განათლება“, თბილისი.

26. ნებიერიძე, გ., 1991 წ. ენათმეცნიერების შესავალი. გამომცემლობა „განათლება“, თბილისი.

27. ოხანაშვილი, ს., 2005 წ. „სასწავლო ცენტრებისა და ზოგადსაგანმანათლებლო სკოლებში ინფორმატიკის ფაკულტატური და კლასგარეშე მეცადინეობის მეთოდიკა“, თბილისი.

28. ოხანაშვილი, ს., ოხანაშვილი, მ., 2014 წ. 17-19 ოქტომბერი, „მათემატიკის ამოცანების ამოხსნის ალგორითმები მოსწავლეთა ჯგუფური მუშაობისთვის“ დალაქიშვილი. გ., (რედ) III საერთაშორისო-სამეცნიერო კონფერენცია კომპიუტინგი/ინფორმატიკა, განათლების მეცნიერებები, მასწავლებლის განათლება. მოხსენებათა თეზისები, (გვ. 117) ბათუმი.

29. ოხანაშვილი, მ., ოხანაშვილი, ს., 2012 წ, 21-23 სექტემბერი, „პი რიცხვის მნიშვნელობის გამოთვლა კომპიუტერის დახმარებით“, ნანობაშვილი, ქ., ჩაჩანიძე, გ., (რედ) II საერთაშორისო-სამეცნიერო კონფერენცია კომპიუტინგი/ინფორმატიკა, განათლების მეცნიერებები,მასწავლებლის განათლება, მოხსენებათა თეზისები, (გვ. 75-77) ბათუმი.

30. ოხანაშვილი, ს., ოხანაშვილი, მ., 2011წ, 20-22 მაისი, „პრობლემურ-მოდულური დიდაქტიკის საფუძველზე, მათემატიკური ცოდნის შეთვისების კომპიუტერული დიაგნოსტიკა“, ჩოგოვაძე, გ., (რედ), საერთაშორისო სამეცნიერო-ტექნიკური კონფერენცია <<მართვის ავტომატიზირებული სისტემები და თანამედროვე საინფორმაციო ტექნოლოგიები>> (გვ. 189-190), თბილისი;

31. ოხანაშვილი, ს., ოხანაშვილი, მ., 2016 წ, 1-3 ოქტომბერი, „ინფორმაცია უსაფრთხო ინტერნეტ სივრცეში“, ნანობაშვილი, ქ., ჩაჩანიძე, გ., (რედ), საერთაშორისო სამეცნიერო კონფერენცია, (გვ. 144-147), თბილისი.

32. ოხანაშვილი, ს., ოხანაშვილი, მ., გელოვანი, ნ., 2011, ნაშთთა თეორიის სწავლება Excel პროგრამის საშუალებით, სემიკინა, ი., (რედ), საერთაშორისო სამეცნიერო კონფერენცია, (გვ. 338-343), თბილისი.

33. როჭიკაშივილი ე., (2008 სექტემბერი), დაკავშირებული ელექტრული წრედების მათემატიკური მოდელების პროგრამული დამუშავება, ინფორმატიკის და

მართვის სისტემების კანდიდატის ხარისხის მოსაპოვებლად, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი. რობერტ ჯ.მარზანო, დებრა ჯ.ფიქერინგი, ჯეინ ი, ფოლოქი. „ეფექტური სწავლება სკოლაში". მასწავლებელთა პროფესიული განვითარების ეროვნული ცენტრის მიერ გამოცემული თარგმანი (გამოცემის წელი: 2009);

34. სურგულაძე, გ., გულიტაშვილი, მ., კივილაძე, ნ., 2015 წ. „Web-აპლიკაციების ტესტირება, ვალიდაცია და ვერიფიკაცია", „ტექნიკური უნივერსიტეტი", თბილისი;
35. ფრანგიშვილი ა. ჩაჩანიძე გ. ნანობაშვილი ქ. 2016 წ. დისტანციური განათლების ინტერდისციპლინარული პროცესების მოდელირება. იხ: IV საერთაშორისო სამეცნიერო კონფერენცია თემაზე: ,,კომპიუტინგი/ინფორმატიკა, განათლების მეცნიერებები, მასწავლებლის განათლება", თბილისი.
36. ქვაჩახია, ი., 1989 წ. „როგორ ვისწავლოთ" თბილისი, „ნაკადული"
37. ქელბაქიანი. ვ., 2001 წელი.მათემატიკის სწავლების მეთოდიკა, ზოგადი მეთოდიკა I ნაწილი, ქუთაისი.
38. ქუჩიშვილი, ა., ქუჩიშვილი, ლ., ჭელიძე, ი., (2004), „მათემატიკური კალეიდოსკოპი", გამომცემლობა ინტელექტი, თბილისი;
39. შევარდნაძე ნ., თანამედროვე მეთოდები მათემატიკაში The 3rd Teacher Conference "University and School"(Problems of Teaching and Education) 5-6 Desember, 2014, Materials
40. ჩაჩანიძე, გ., ოხანაშვილი, სვ., (2005 წ.), „ინფორმატიკისა და გამოთვლითი მეთოდების საფუძვლები", თელავი;
41. ჩაჩანიძე გ. სართანია ვ. 2004 წ ინტერნეტ–განათლების ტექნოლოგიები და მისი განვითარების პერსპექტივები, მონოგრაფია, თბილისი,
42. ჩაჩანიძე გ. ნანობაშვილი ქ. ზოიძე ნ. 2014 წ. ინფორმატიკისა და განათლების მეცნიერების ინტერდისციპლინარული კავშირები. იხ: III საერთაშორისო სამეცნიერო კონფერენცია თემაზე: ,,კომპიუტინგი/ინფორმატიკა, განათლების მეცნიერებები, მასწავლებლის განათლება", ბათუმი.
43. ჩოგოვაძე, გ., (2003 წ.) „ინფორმაცია, საზოგადოება, ადამიანი", გამომცემლობა „ნეოსტუდია", თბილისი;

44. ცისკარიძე, კ., 1997 წ, „საქართველოს მათემატიკური შეჯიბრებები (1996/1997), საინფორმაციო-მეთოდური კრებული გამოშვება 2, გამომცემლობა „დედა ენა“, თბილისი.
45. ხურგინი, ი., (1981 წ), „მერე რა?“, „ნაკადული“, თბილისი;
46. ჯინჯიხაძე, გ., 2006 წ. სასწავლო საქმიანობის სუბიექტის ფორმირება საბაზო (ძირითად) სკოლაში არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის სწავლების მეშვეობით პედაგოგიკურ მეცნიერებათა კანდიდატის სამეცნიერო ხარისხის მოსაპოვებლად წარმოდგენილი დისერტაცია 13.00.02. _ სწავლებისა და აღზრდის თეორია და მეთოდიკა, (ხელნაწერის უფლებით) აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ქუთაისი. [46]
47. საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალი ინტელექტი, 2013 წ. 1(45), თბილისი
48. გამოცდების ეროვნული ცენტრი, მათემატიკის მომავალი მასწავლებლების განათლების კვლევა, 2010 http://www1.naec.ge/images/doc/SXVA/teds_m-20102014.pdf
49. ჟურნალი - ფიზიკა და მათემატიკა სკოლაში N4 1989 წ.
50. ჟურნალი - ფიზიკა და მათემატიკა სკოლაში N1-2 1992 წ.
51. განმარტებითი ლექსიკონი/ეროვნ. სასწ. გეგმებისა და შეფასების ცენტრი. - [თბ., 2008]. - 20სმ. [MFN: 76027] ნაწ. 1: განათლების სპეციალისტებისათვის / [წიგნზე მუშაობდნენ: სიმონ ჯანაშია და სხვ.]. - [2008]. - 56გვ.. - ბიბლიოგრ.: გვ. 54-56. - ISBN: 978-9941-0-0541-1 (ყველა ნაწ.), ISBN: 978-9941-0-0542-8 (ნაწ. 1) : [ფ.ა.][MFN: 95118]
52. Абрамов С.А.,ЗИМА Е.В. Начала информатики. М., Наука. Гл. Ред. Физ.-мат.лит.
53. Генкин С.А., Итенберг И. В., 1992.Фомин Д.В. Математический кружок. Первый год. – С.-Петербург.
54. Гусев В.А., Орлов А.И., Розенталь А.Л. 1997, Внеклассная работа по математике в 6–8 классах. – М., Просвещение.
55. Столяр А.А. 1981. Методы обучения математике: Учебное пособие для пединститутов. – Минск: Народна асвета,– 191с.
56. Самарский А.А. Вабищев П. Н. 2000 Математическое моделирование и вычислительный эксперимент, Институт Математического моделирования РАН

57. Колягин Ю.М. 1977. Задачи в обучении метематике / Под ред. Ю.М. Колягина. – М.: Просвещение,– Ч. 1. – 110с. გვ. 60-61 [57]
58. Кларин М. В. 1994. «Инновационные модели обучения в зарубежных педагогических поисках,», Москва, გვ. 31-32, სქემა 1.2 სასწავლო მიზნების კატეგორიები კოგნიტურ სფეროში.
59. Кларин М. В. 1994, «Инновационные модели обучения в зарубежных педагогических поисках,», Москва,. გვ. 33, სქემა 1.3., სასწავლო მიზნების კატეგორიები აფექტურ სფეროში.
60. Dinuta N., (2013) 5th International Conference EDU-WORLD 2012 - Education Facing Contemporary World Issues Didactic Strategies Used in Teaching - Learninig of Premathematical Operations in Preschool Education [60]
61. Okhanashvili, S., Okhanashvili, M., Okhanashvili, I., 2016, REQUIREMENTS IN TEST DESIGN, XXVII International Conference PROBLEMS OF DECISION MAKING UNDER UNCERTAINTIES, (გვ. 127,128) Київ.
62. https://ka.wikipedia.org/wiki/მათემატიკა
63. http://mecnier.com/subject/i-love-math/305-matematikis-3-mizani.html
64. http://mastsavlebeli.ge/?p=1546
65. https://edu.aris.ge/news/matematikis-sheswavla-da-mecadineoba-onlainshi.html
66. http://unik.edu.ge/uploads/documents/news/16-01-2013/konferencia.pdf
67. http://www.qwelly.com/group/philosophy/forum/topics/pedagogika?commentId=6506 41 1%3AComment%3A197026&groupId=6506411%3AGroup%3A496
68. http://www.nplg.gov.ge/gwdict/index.php?a=term&d=6&t=16462
69. http://www.gttu.edu.ge/old/uploads/academics/GTTU_Didaktikuri_Kontseptsia_2011.pdf - დიდაქტიკური კონცეფცია თბილისი 2011
70. http://www.nplg.gov.ge/gsdl/cgi-bin/library.exe?e=d-00000-00---off-0civil2--00-1----0-10-0---0---0prompt-10---4-------0-1l--10-ka-50---20-about---00-3-1-00-0-0-01-1-0utfZz-8-00&a=d&c=civil2&cl=CL2.11&d=HASH85ea 149f8b2cedb 44d65 42.2
71. http://datomalania.blogspot.com/2015/08/blog-post_20.html
72. http://rusudanzazadze.blogspot.com/2015/09/2014-26-2014-15-1.html

73. ინფომატიკა და გამოთვლითი ტექნიკის საფუძვლები. 1992 . გამომცემლობა „განათლება“, თბილისი.
74. https://ka.wikipedia.org/wiki/მათემატიკა
75. http://www.kutaisipost.ge/statiebi/garthoba/article/6906-14-marti-thethri-dghe
76. http://www.ipress.ge/new/64370-dghes-rickhv-pis-saertashoriso-dghea
77. http://illumiations.mctm.org/ - აშშ მათემატიკის მასწავლებელთ ასოციაცია
78. http://jolicloud.com - ოპერაციული სისტემა
79. http://kvant.mirror1.mccme.ru - ჟურნალი კვანტი
80. http://mathonline.missouri.edu - ონლაინ მათემატიკის ტესტები
81. http://shodor.org/interactive/activities/ - interaqtiuli eleqtronuli
82. http://soft.dlf.ge/ - ირმის ნახტომი
83. http://virus.info.ru - ანტივირუსები
84. http://www.cut-the-knot.org/pythagoras/index.shtml/ - პითაგორას თეორემა
85. http://www.math.ru/lib/cat/ - ელექტრონული ბიბლიოთეკა
86. http://www.problems.ru - ამოცანების თემატური ბაზა
87. www.alphabet2.html - მორზეს კოდი
88. www.ios.cs.utwente.nl/say -ტექსტური მეტყველების სინთეზატორი
89. www.matsne.gov.ge - საქართველოს საკანონმდებო მაცნე
90. www.poisson.ecse.rpi.cdu/cgi-bin/tzcon-vert -საათის სარტყელი
91. www.tpde.ge - ჟურნლი მასწავლებელი
92. https://geektimes.ru/post/265632/ - პი რიცხვის ფორმულები
93. http://www2.math.uu.se/~astrombe/talteori2016/lindahl2002.pdf Lectures on Number Theory Lars-˚Ake Lindahl 2002
94. ჯავახიშვილი ივ. (1930). საქართველოს ეკონომიკური ისტორია.